MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI DA QVELLO DI BARTOLO, ET DE GLI AGRIMENSORI DIVERSO.

Mostrato con ragioni Mathematiche, & con pratica.

DA CARLO CARAZZI
BOLOGNESE
DETTO
IL CREMONA

Donde trarranno non poca vtilità i SS. Legisti, & coloro, che desiderano saper diuidere i beni communali giustamente, misurar terreni prender in dissegno vn sito, & castramentar esserciti.

Con priuilegio del Sommo Pont.

IN BOLOGNA, PER GIO. ROSSI MDLXXIX
Con licentia de' Superiori.

GREGORIVS PAPA XIII.

AD PERPETVAM REI MEMORIAM. Cum, prout nobis relatum est, dilectus filius Carolus de Caratijs, Cremona nuncupatus, Ciuis Bonon. quoddam nouũ opus, cuius titulus, seu inscriptio est. Modus diuidendi Alluuiones à Bartolo, & Agrimensoribus diuersus. ad publicum, & cõmune omnium studiosorum commodum imprimere, seu imprimi facere intendat, dubitetq; nè huiusmodi opus postmodum ab alijs sine eius licentia imprimatur, quod maximum sui, suorumq; omnium esset detrimentum. Nos propterea illius commodo, ac honori consulere volentes, Motu proprio, & ex certa nostra scientia, non ad ipsius Caroli, vel cuiusuis alterius nobis super hoc oblatæ petitionis instantiam eidem Carolo, nè prædictum opus, postquàm per ordinarios locorum, & hæreticæ prauitatis Inquisitores examinatum fuerit, per quindecim annos post eiusdem operis impressionem à quocunque, vel quibuscunq; sine ipsius Caroli licentia imprimi, seu impressum vendi, in aliamuè linguam reddi, aut redditum Typis tradi, venaleuè exponi præterquàm eidem Carolo successoribusq; suis, vel de eius, aut illorum voluntate impressum, aut imprimendum teneri posit, concedimus, & indulgemus. Inhibentes omnibus, & singulis Christi fidelibus tàm Italiam, quàm extra regiones colentib. præsertim Bibliopolis, & librorum impressoribus in terris Sanctæ Romanæ Ecclesiæ mediatè, vel immediatè subiectis, sub quingentorũ ducatorũ Cameræ Apostolicæ assignandorum, & in super amissionis librorum pœnis toties ipso facto, & absque alia declaratione incurren. quoties contrauentum fuerit, nè quicquam contra præsentium tenorem facere præsumãt. Mandantes etiam vniuersis venerabilibus Fratribus, Episcopis, Archiepiscopis, eorumq; Vicarijs in spiritualibus generalibus, & in statu temporali Sanctæ Romanæ Ecclesiæ etiam Legatis, & Vicelegatis Sedis Apostolicæ, aut ipsius status Gubernatoribus, vt quoties pro ipsius Caroli, & successorum suorum parte fuerint requisiti, vel eorum aliquis fuerit requisitus, eidem Carolo, seu eius hæredibus efficacis defensionis præsidio assistentem, præmissa ad omnem dicti Caroli, seu dictorum hæredum petitionem contra inobedientes, & rebelles, per censuras ecclesiasticas, etiam illos sæpius aggrauando, & per alia iuris remedia auctoritate Apostolica exequantur, inuocato etiam ad hoc, si opus fuerit, auxilio brachij Sæcularis, contrarijs non obstantibus quibuscunque. Et insuper quia difficile admodũ esset præsentes ad quodlibet forum deferri; volumus, & Apostolica auctoritate decernimus ipsarum præsentium transumptis, vel exemplis in ipso opere impressis, plenam, & eandem prorsus fidem, vbiq; tàm in iudicio, quàm extra haberi, quæ præsenti originali haberetur.

Dat. Romæ apud Sanctum Petrum sub Annulo Piscatoris die XXIX. Aprilis. MDLXXIX. Pontificatus Nostri Anno septimo.

Cæser Glorierius.

AVTORI NOMINATI NELL'OPERA.

Alberto Magno.
Apollonio Pergeo.
Archimede.
Aristotile.
Baldo.
Bartolo.
Benedetto Vittorio.
Carpo.
Euclide.
Eudemo.
Eutocio Ascolonita.
Galeno.
Gemino.
Giustiniano Imperatore.
Menelao Romano.
Nicolò Copernico.
Onopide.
Pitagora.
Plutarco.
Procolo Diadoco.
Tolomeo.
Vitelleone.
Vitruuio.

ALL'ILLVSTRISS.MO ET ECC.MO

SIGNORE, ET PADRONE COLENDISSIMO,

Il Signore Marchese Boncompagni Generale di Santa Chiesa, &c.

PERCHE *il desiderio di sapere è à gli huomini naturale, io hò sempre creduto non essere huomo, chi non desidera di sapere, & perconseguente, chi, con ogni studio non cerca vincere le difficultà, che apporta la cognitione delle cose. Ma chi esseguisce tal desiderio, superando per industria sua ogni difficultà, quello hò ben creduto veramente huomo, & degno di essere trà gli altri apprezzato. Per questo hò sempre ammirata in V. Eccell. Illustriss. fin da' suoi primi anni, quella vaghezza d'intelletto; il quale, non contento della cognitione d'vna, & d'vn'altra facoltà, si è continuamente riuolto à nuoue discipline. Et per questo medesimo, io anchora, trà tutti quelli impedimenti, che la qualità della professiõn mia, & l'humiltà del mio stato m'approuano, hò cercato applicar l'animo alle scienze Mathematiche, come à più certe di qualunque altra disciplina humana, & prima con la guida del dottissimo M. Guglielmo Dolfi nostro Bolognese; poi leggendo di continuo i buoni, & antichi Autori, vi hò speso di molti anni tutto quel tempo, che l'essercitio mio mi hà concesso, & se non con molto frutto, almeno con hauere mostrato volontà di farmi meriteuole in parte del nome di huomo.*

Ma, perche l'huomo, sì come è bisognoso dell'aiuto altrui per natura; così ancho deue cercare di giouare altrui naturalmente, pensai (sendomisi gli anni passati presentata occasione di trouarmi in vn fatto di diuision d'alluuione, nel quale il Giudice di gran letteratura affermaua, che non si terminaua alcuna di queste lite per giudicio, colpa della imperfettione, che si vedeua ne i modi sì di Bartolo, come de gli Agrimensori) che le vigilie, & fatiche mie potessero apportare qualche giouamento altrui, & considerando che il modo di tal diuisione poteua riceuere perfettione, & regola certa dalle facoltà Mathematiche, mi risolsi subito voler tentare di ritrouare qual fosse il vero: il che parmi hauer fatto, adherendoui il giudicio di ottimi Leggisti. Et essendomi lasciato persuadere di darlo alla Stampa, lo dono humilmente à V. Ecc.za Ill.ma, si perche maggiormente ella conosca l'antica mia deuotione verso lei, sì ancho perche sò quanto sia versata nella Geometria, maßimamente dopò la scorta del virtuosißimo Signore Fabrino Mantacheti; & ancho perche il prendere in dissegno vn sito d'alluuione può seruire alla professìon sua del Generale d'esserciti; col dissegnar siti, & piante di fortificationi: & il compartire il terreno proportionatamente à gli interessati con l'adito al fiume, al modo di castramentare, compartendo lo spatio con proportione à i quartieri de' Soldati con le loro piazze, & strade conuenienti all'esito nelle strade principali. Resta che V. Eccell. Illustriß. accetti più tosto l'animo del donatore, che il dono, & mi tenga per quel vero seruo, che anticamente le sono, si come humilmente la supplico, & humilmente le bacio la mano, desiderandole longa felicità.

Di Bologna alli IIII. di Luglio. MDLXXIX.

Di V. Eccellen. Illustriß.

Humiliß. & douotiß. seruo.

Carlo Carazza.

MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI DA QVELLO DI BARTOLO, ET DA GLI AGRIMENSORI DIVERSO,

Di Carlo Carrazzi, detto il Cremona.

TRATTATO PRIMO.

Dell'intentione dell'Autore nel trattare delle alluuioni. Cap. Primo.

L'INTENTION mia è di moſtrare vn modo conueniente di diuidere quel terreno, ch'accreſciuto da i fiumi, vien detto Alluuione; à fin che ciaſcuno de gl'intereſſati nella detta diuiſione habbia il ſuo proportionatamente, ſecondo la larghezza della fronte regolata del ſuo campo, che termina con eſſa alluuione, & inſieme l'adito al fiume.

Il che, à giudicio mio, non è coſa facile da trouarſi; percioche la legge, che ne ragiona non pur l'accenna: ma più toſto tocca il modo di diuidere l'iſola, & i letti de i fiumi, il quale in ſe ſteſſo non è coſa difficile. Oltra di ciò, fin'al preſente forſe non ſi troua chi n'habbia ſcritto, ſe non Bartolo da Saſſoferrato, riducendolo ad arte, che apporta più toſto difficoltà, che riſolutione. Ma queſta ſpero, che ſarà non poco vtile, & aſſai facile, mediante la quale ſi ritroua modo atto ad acquetare gli animi de gl'intereſſati, e di far ceſſare le liti: le quali, ſe ſaranno moſſe, potranno i giuſti Giudici per ſentenza terminare.

Il che fin'ad hora non ſi è fatto, ch'io creda, fondatamente almeno: ma ſolo alle liti quindi nate (dopò l'hauere longamente, e con ſtraordinarie ſpeſe litigato) ſi è impoſto, con l'accordarſi, fine. Verrò dimoſtrãdo queſta mia intentione, diuiſa in cinque Trattati, con tal ordine, che nel primo Trattato prouarò, che il modo, il quale ſarà da me propoſto è il vero, & conueniente. Nel ſecondo (perche ſono per procedere con ragioni Euclidiane) porrò quei principij iſteſsi di Euclide, i quali ſtimarò atti à porgere aiuto all'intention mia. Nel terzo, douendoſi fare la diuiſione dell'Alluuione proportionatamente, ragionerò delle Proportioni; & per queſto medeſimo riſpetto, dirò nel quarto della diuiſione proportionata delle Linee, & delle Superficie. Et nel quinto, & vltimo deſcenderò à i caſi da diuiderſi. Et ſe forſe pareſſe ad alcuno, ch'io procedeſsi con tal ragioni, che ricercano nel Lettore molta intelligenza delle Mathematiche, & che per queſto ſia il modo per riuſcir difficile: Onde douendo eſſere ignoto per il più à Periti, & Agrimenſori, à i quali ſi ſpetta l'vfficio di queſte diuiſioni; verrebbe ad eſſer reputata queſta mia fatica poco fruttuoſa. Auertiſcaſi, che mi baſta di moſtrare con le ragioni ſcientifiche la verità del modo da me ritrouato, col quale vn'intendente potrà ordinare così eſquiſitamente la diuiſione dell'Alluuioni, che da gli Agrimenſori ciaſcuno de gl'intereſſati haurà il ſuo. Cercherò anchora di abbaſſarmi tanto ne i caſi, che proporrò, che ogni mezanamente introdotto, & mediocremente erudito nelle Mathematiche potrà à pieno intendermi, & in molti caſi hora con Numeri, & hora con la Pratica agrimenſoria, moſtrarò vn modo, che potrà ſodiſfare alla peritia: proponendo vltimamente duo caſi, moſtrati con la pratica ſteſſa ſola: da i quai luoghi ſi potrebbe raccogliere vn trattato, che conteneſſe tutta la preſente Arte praticalmente, con la quale gli Agrimenſori, ſenza molta fatica, potrebbono venire ad vna ragioneuole diuiſione.

Due conditioni conuenienti al modo della diuiſione. Cap. II.

IL modo di diuidere l'alluuioni dee eſſere fondato ſopra la proportione, la quale riſguarda principalmente il terreno da diuiderſi, & poi ſecondariamente il fiume: Onde ſi potrà dire conueniente quella diuiſione, che darà à tutti gl'intereſſati del terreno proportionatamente, & che inſieme mandarà ciaſcuno al fiume. Si è detto, che dee il vero modo eſſer fondato ſopra la proportione; percioche, trattandoſi di dare à più intereſſati quella parte d'vn ben commune, che à ciaſcuno ſi conuiene, è forza valerſi della giuſtitia diſtributiua: la quale, oue non è egual ragione, comparte ſecondo la proportione Geometrica, non ſecondo l'Arithmetica; & noi nel compartire l'alluuione, nella quale non hà ciaſcuno de gl'intereſſati egualmente ragione, debbiamo dare maggiore portione à chi vi hà maggior ragione; & minore à chi ve l'hà minore; & conſeguentemente fondaremo il noſtro modo ſopra la proportione. Queſta è ancho opinione di Baldo in Rub. ff. de rer. diuiſ. Se bene in ciò da pochi Iureconſulti è ſeguitato, come quello, che eſſendo d'eleuato ſpirito, & non meno Filoſofo, che Legiſta, è da pochi inteſo, parte per la breuità, & parte per i termini non conoſciuti. Si è ancho detto, che queſta proportione dee hauer due mire; l'vna, ch'è principale, al terreno; l'altra ſecondaria, al fiume: perche la ſoſtanza da diuiderſi è il terreno: ma, perche à queſta ſoſtanza è aggionto, come accidente il fiume, biſogna hauer riſguardo all'vno, & all'altro. Nè oſta, che la legge faccia ſolamente mentione del terreno: perche ella ſolo ragiona di quello, che è la ſoſtanza della diuiſione: la qual tira poi ſeco la conſideratione del fiume; oltra che, ſe quello ſi dee diuidere, che, come vtile, ſi è acquiſtato; non è dubbio, che l'vtile principale non ſia quello del terreno: ma non è ancho da tralaſciare quello del fiume; ſi perche la preſuntione vuole, che quello medeſimo fiume, che ci

Ariſt. nel v. dell'Ethica.

hà giouato , ſia ancho per giouarci nell'auenire, dandoci noua
alluuione. Et perche ancho, trahendo noi vtile da tutti gli Ele-
menti, non habbiamo da ſprezzare quello dell'acqua: Onde per i
commodi che ci ne poſſono auenire, è molto deſiderata da tutti la
giuriſdittione d'andarui; ſi ancho, perche, ſe il mio terreno è pri-
ma à canto il fiume, & partendo egli, quel che laſcia attaccato al
mio ſi fà mio: non pare minor ragione, che debba eſſere anchor
mio quello, che và di continuo laſciando, come coſa attaccata à
quello, ch'è fatto mio, & che per ciò io debba hauer ſempre per
confine il fiume: poi, ſe quando il fiume mi tocca, ò mi toglie, ò
mi può leuare del buon terreno, & aſſaltandomi come nimi-
co, mi fà ritirare, & vuole ſempre ſtare attaccato al mio; perche,
quando egli mi fugge, non debbo io poterlo ſeguitare; trahendo
vtile della fuga ſua, col volerlo ſempre toccare col mio terreno?
Onde poſsiamo dire, che ſe il riſpetto al fiume è vn'vtile, e com-
modo, è conueniente, che chi ſente il diſcommodo, ſenta ancho
il commodo; & ſe queſto è vn danno, & diſcommodo, è parimen
te honeſto, che chi participa del commodo, participi inſieme del
diſcommodo; e che per ciò, in qualunque modo ſi ſia, ſi debba ha-
uere riſguardo non ſolamente al terreno, ma ancho all'adito al
fiume. Ci manifeſta poi ancho l'eſperienza, che ſi dee hauer con-
ſideratione alla proportione del terreno, & del fiume; perche non
ſi dolgono d'altro gl'intereſſati, che ò d'hauere nella diuiſione
minor parte del terreno, che ſe gli dee, ò di non hauere l'adito al
fiume: & pare anchora, che Bartolo moſtraſſe eſſere neceſſario
hauer queſte due mire; percioche nella VI. figura, nel caſo d'vna
Tyberiade. alluuione d'vna ripa, moſtrando nella portion di Seio, che le Li-
nee diuidenti deono eſſere tirate perpendicolari, e non tranſuerſa-
li, dice: Se foſsino tirate tranſuerſali, ne ſeguirebbono duo in-
conuenienti; l'vno è, che Seio hauerebbe dell'alluuione minor
quantità, à proportione della fronte del ſuo campo; l'altro è, che
egli non ſi eſtenderebbe ſin'al fiume; Onde, eſſendo queſti doi
abſurdi, prouati per mezo di Bartolo, ſi deono fuggire nella diui
ſione dell'alluuione. Vero è, che egli ſcordatoſene poi; quello, che
eſſo allega per inconueniente in quella figura, concede in molti caſi.

Quella

Quella proportione dunque, che riſguarda il terreno, ſenza con-
trouerſia alcuna, ſi dee prendere dalle fronti de' terreni de' confinan
ti; perche, non eſſendo fatta noſtra l'alluuione per altro, che per
eſſere aggionta à noi, mediante la fronte del noſtro terreno, ne
ſegue, che la fronte, & non altra parte del terreno noſtro dee
eſſer quella, onde ſi tolga la proportione della diuiſione; & per ciò
è ragioneuole, che chi ha maggior fronte, habbia ancho maggior
portione di terreno: il che è poi eſpreſſo dalla legge nella diuiſione
dell'Iſola, & dell'alueo, & è ancho poi chiaramente moſtrato da
Baldo nel luogo di ſopra citato, il quale, dichiarando come ſi deb
ba intendere queſta proportione tolta dalla fronte de i campi, di-
ce; Se ſarà l'alluuione di tre tornature da diuiderſi tra te, & me, &
che la tua fronte ſia, per eſſempio, due pertiche, e la mia vna, à te
ſi deueranno due tornature, & à me vna dell'alluuione, & ag-
giunge la ragione, acciò la cauſa ſia proportionata all'effetto: la
qual ragione è quella, che è ſtata da noi toccata di ſopra, &, à mio
giudicio, nel preſente caſo è come cauſa dimoſtratiua; che l'allu-
uione ſia noſtra, l'eſſere ella attaccata alla fronte de i campi noſtri,
& l'effetto è la portione dell'iſteſſa alluuione fatta noſtra; ſe voglia-
mo hora, che ſia proportione tra la cauſa, e l'effetto, biſogna vedere
qual proportione ſia tra la tua, e la mia fronte; che, ſe la tua è il dop
pio della mia, forza è, che le portioni dell'alluuione fatta noſtra,
habbino ancho la medeſima proportione, ſi che la tua portione ſia
il doppio della mia, & medeſimamente ſi dirà, che s'altro genere di
proportione ſarà trà le due, ò più fronti, douerà ancho eſſere il me
deſimo genere di proportione riſeruato trà le due, ò più portioni
dell'alluuione; altrimente ſarebbe ſproportione tra la cauſa, e
l'effetto, il che ſi conoſce eſſere inconueniente; ma la proportione
del fiume non ſi può prendere da quello, onde ſi è tolta la propor-
tione del terreno: ma ſi dee prendere dall'eſſer più vicino, ò più lon-
tano dal fiume, e dal ſito de' confini più commodo, ò men commo
do al fiume: Ben'è ragioneuole, che chi è più vicino al fiume, goda
più dell'vtil ſuo, e men ne goda chi n'è più lontano, & in ſito più
incommodo; eſſendo maſsimamente impoſsibile, che, chi hà più
portione del terreno lontano dal fiume, habbia ancho più portio-

A 3 ne di

ne di fronte col fiume. Oltra che, se si risguarda quell'vtile che nasce dall'hauere giurisdittione nel fiume, che è cosa publica, basta à ciascuno l'adito solo, se bene, quanto à quell'vtile, che può nascere da vna nuoua alluuione, ritorna à maggior bene, l'hauer maggior fronte col fiume, si come ancho ritornarebbe à maggior male, quando il fiume ritornasse in danno.

Che in tutti i casi d'alluuioni è possibile l'adito al fiume. Cap. III.

PERCHE habbiamo detto, che si dee mandare ciascuno interessato al fiume; potrebbe alcuno dubitare, se questo sia possibile in tutti i casi dell'alluuioni, adducendo per essempio vna alluuione della presente figura, la quale nella fronte, che confina col fiume è di modo stretta, rispetto all'altra parte tuberosa da diuidere, che quando vi siano molti confinanti, par che la loro moltitudine ecceda la capacità di detta fronte: onde sia impossibile consegnare à ciascuno tanta portione, che basti per il suo esito al fiume.

Però si potrà dire, che essendo impossibil questo, & simili altri casi imaginati dall'in-

telletto, non si potrà dare per regola commune, & certa, che in tutte le diuisioni si debba mandare ciascuno al fiume. A questo si risponde, che, quando ben fosse vera tutta l'instanza fatta, non però doueressimo restare di dare tal regola vniuersale: Percioche l'arte non considera quelle cose, che auengono di rado, si come ancho la natura, della quale essa è imitatrice. Onde simili casi di quelle cose, che vengono di rado, non debbiamo noi fargli regola sopra; ma solamente sopra quei casi, che occorrono per lo più, & quasi sempre. Ma potressimo ancho rispondere, che il proposto caso, si come ancho altri simili è possibile nell'intelletto, ma non forse fuor di esso intelletto: perche si deue questa figura imaginata applicare alla natura del fiume, dal cui corso l'alluuione è prodotta, come effetto dalla sua causa; & perche pare impossibile, che vn fiume entri in vn golfo per vna bocca così stretta, & che dalla medesima bocca esca insiemementе; pare ancho impossibile, che habbia per detta bocca ad accrescere terreno nel golfo; che, se mi si dicesse, che la bocca deue esser capace dell'entrata, & vscita del fiume; io parimente direi, che quella capacità sarà ancho bastante à dare esito à gli interessati. Non tralasciarò per ciò di dire; che, quando fosse pur possibile il proposto caso, ò simili, & che non si potesse dar l'esito al fiume distintamente à tutti gl'interessati, per la poca capacità della fronte dell'alluuione, non però si dourebbe restare di trouar modo, che tutti andassero al fiume, per non priuargli dell'vtilità, che dal fiume nasce. Et, se non si potesse trouare, secondo le regole poste ne i casi ordinarij, sarebbe lecito far altro modo straordinario, si come questo, & altri simili casi sono ancho straordinarij, come, per essempio nel presente caso, si potrebbe tirare per mezo dell'alluuione vna strada commune, & indiuisa, nella quale entrassero tutti gl'interessati, & per quella hauessero l'adito al fiume. Basta, che stà ferma questa conclusione, che tutti gl'interessati denno, & ponno andare al fiume.

Di due inconuenienti, che ſeguitano, non ſi oſſeruando la proportione. Cap. IIII.

DALL'ESSERSI detto, che ſi debbono oſſeruare due conditioni nel diuidere l'alluuioni, pare che ne ſegua vno inconueniente, il quale è, che non ſi oſſerua la ragione dell'adherentia, ne quella della proſsimità: percioche, ſe ſi riſguarderà al ſecondo caſo propoſto da noi nel quinto trattato, & in molti altri ſeguenti, ſi vedrà, che la portione di Lutio và ſopra la fronte del campo di Titio, onde Titio non hà quello, che è aggionto al ſuo, & al ſuo più proſsimo; & Lutio ottiene quello, che non è aggionto al ſuo, & al ſuo più lontano, il che pare inconueniente: percioche (come ſi è detto nel ſecondo capitolo) non per altro Titio hà ragione nell'alluuione, ſe non perche il terreno aggionto dal fiume è vnito al ſuo terreno, & s'egli deue hauere portione di detta alluuione, deue hauerla ragioneuolmente nella parte più proſsima: Onde ſaria inconueniente il non oſſeruare nella diuiſione la ragione dell'adherentia, & della proſsimità, mediante la quale Titio hà ragione in quella alluuione. A queſto io potrei riſpondere in due modi: prima ritorcendo l'argomento, & dicendo; Se ſi deue oſſeruare la ragione dell'adherentia, e della proſsimità, ne ſeguiranno due inconuenienti; il primo ſarà, che ſpeſſe volte non s'oſſeruarà la proportione delle fronti de' confinanti, onde ciaſcuno non hauerà la ſua portione: il ſecondo ſarà, che non ſi potrà ſpeſſo andare al fiume: onde non ſi goderà l'vtilità del fiume: & che ne ſeguono queſti due inconuenienti, ſi conoſcerà più chiaramente, quando trattaremo dell'opinione di Bartolo: ſecondariamente potrei riſpondere non eſſere inconueniente, che quello, che nello acquiſto è cagione, che vna coſa ſia fatta noſtra, non ſi oſſerui nella diuiſione; percioche, quello che è di molti intereſſati, ſi deue di commune diuidere nel modo, che à gl'intereſſati rechi più commodo: & perche reca più com-

modo

modo à i confinanti il non oſſeruarſi la ragione dell'adherentia, nè quella della proſsimità, ne ſegue, che non ſia abſurdo il non oſſeruarla.

A chi s'aſpetti trattare del modo del diuidere l'alluuione. Cap. V.

POICHE ſi è dimoſtrato, che il modo, del quale ſiamo per ſeruirci nelle diuiſioni delle alluuioni hà d'hauere queſti due fini; cioè dar del terreno à proportione à tutti, & mandar tutti al fiume: perche habbiamo promeſſo di valerci ſempre delle dimoſtrationi Mathematiche, potrebbe dubitare alcuno, ſe il modo di queſta diuiſione ſpetti al Mathematico: perche à prima viſta pare che ſia ſoggetto da Leggiſta. Onde Bartolo ſolo ſi è meſſo à ſcriuerne, e ridurlo ad arte, & queſto ſi perſuade; perche quello, che hà origine dalla legge, deue eſſer ſoggetto del Leggiſta: ma la diuiſione dell'alluuione hà origine dalle leggi: poi quello che ſi fà per officio del Giudice ſpetta al Leggiſta, & queſte diuiſioni ſi fàno per officio del Giudice. Oltre di ciò, ſe il trattare del giuſto, e dell'ingiuſto, & il conoſcere ſe ſia giuſta, ò ingiuſta vna diuiſione è proprio del Leggiſta, poiche queſte diuiſioni ricercano eſſer fatte giuſtamẽte, ſi ch'ogn'uno habbia il ſuo; pur pare ch'ella anchora debba appartenere al Leggiſta: ma perche queſte ragioni ſono di poca forza, biſognarà dire, che ſpetti ad altro artefice lo ſcriuere del modo di queſta diuiſione, & inſieme l'uſarla. Non hà forza la prima ragione, perche ſe bene, il diuidere l'alluuione hà origine dalle leggi: nondimeno non parla la legge del modo; & queſta è ragioneuolmente la cauſa, ch'ella ne ragiona con sì poche parole, rimettendoſi à quello artefice, che più copioſamente hà da trattarne. Nè maggior forza hà la ſeconda ragione; perche, ſe bene il Giudice interpone l'officio ſuo, determinando che ſi faccia, ò non faccia la diuiſione, quando gli intereſſati ſiano in controuerſia; nondimeno non vi è biſogno dell'officio

B ſuo,

ſuo, quando eſſi ſiano concordi in venire alla diuiſione,& il medeſimo ſi deue dire alla terza ragione, che quando i medeſimi intereſſati foſſero in differẽza,ſe vna diuiſione foſſe ſtata fatta giuſtamẽte, ò nò, egli col parere de gli intendenti,deue cercare d'acquetare le parti, mediante la ſua autorità. Onde ſi vede, che parlandoſi di quel giuſto, ò ingiuſto, il quale è nella diuiſione dell'alluuione, che altro non è, che quella proportione ricercata, queſto non appartiene al Leggiſta; ſe bene, fin'ad hora non ſi troua chi n'habbia ampliamente ſcritto, ſe non Bartolo, non è però, che quanto al modo del diuidere n'habbi ſcritto come Leggiſta. Succedono gli Agrimẽſori periti al noſtro tẽpo, i quali tengono, che il trattarne, & l'operare appartẽghi à loro, di maniera,che hanno ritrouato vn proprio modo,col quale ſi vedono tra noi diuiſe l'alluuioni:perche nelle diuiſioni è forza vſare gli ſquadri, & ſegnar le linee euidẽti; il che pare, che tocchi à loro,però attribuiſcono ancho à ſe ſteſsi queſta arte, & tanto più potriano ciò affermare, ſe eſsi vſaſſero, come noi vſiamo nella noſtra diuiſione di prẽder diſſegno dell'alluuione, & cauarne vna giuſta miſura. Ma chi conſidera bene, dirà che la loro diuiſione non è arte: ma più toſto pratica fondata in poche regole, & noi cerchiamo quale artefice n'habbia da trattare ſcientificamente. Si vede, che tutta la diuiſione è fondata ſopra la proportione, come habbiamo detto; Onde douerà trattarne quello, à chi ſi aſpetta il trattare della proportione,che è il Mathematico. Poiche altro non ſi fà, ſe non diuider quella ſuperficie di terreno, & il diuider le ſuperficie è proprio del Geometra. Oltra di ciò ſi vſano ragioni, & dimoſtrationi Mathematiche: & però Bartolo quando ne ragiona, ſi veſte l'habito proprio del Mathematico. Onde ſi vede, che altro artefice non ha da trattarne, & di ridurla ad arte, che il Mathematico. E' vero, che nel venire all'atto della diuiſione, ſpeſſo vi biſogna l'officio del Giudice, come ſi è detto, & vi concorre ancho l'opera dell'Agrimenſore: Ma ſi come in vno edificio vi concorre l'Architetto, & il Muratore, quello come artefice ſcientifico, & principale, & queſto come operatore, & pratico; così nel diuidere l'alluuione il Mathematico è come principale Architetto, & l'Agrimenſore come pratico opera-

tore. Però, quando gl'intereſſati vogliono d'accordo venire alla diuiſione, mi pare, che eſsi ricorrino al Mathematico; il quale,quãdo dall'Agrimenſore ſarà ſtato tolto il diſſegno dell'alluuione, nel modo,che da noi verrà moſtrato nel quinto Trattato, & leuatone vna giuſta miſura in camera ſopra il detto diſſegno, farà la ſua diuiſione,mediante le ſue vere,& certe dimoſtrationi,& operationi, in modo, che ſi ſaprà determinatamente qual portione ſpetti à ciaſcuno de gli intereſſati. Poi l'Agrimenſore potrà facilmente mettere in atto la diuiſione con ſodisfattione di ciaſcuno, regolandoſi con la già fatta diuiſione del diſſegno. Nondimeno, ſe ſi trouaſſe alcuno Agrimenſore intendẽte delle Mathematiche, almeno mediocremente, potrebbe per quel ch'io dimoſtrerò, & accennarò venire per ſe ſteſſo alla diuiſione, non già più come Agrimenſore, ma ſi bene come Mathematico.

Contra la opinione de gli Agrimenſori. Cap. VI.

ANCHORA, che habbiamo veduto, che il vero modo del diuidere l'alluuioni è quello, che dà del terreno à gl'intereſſati, ſecondo la proportione delle frõti de' lor campi, & che manda ciaſcuno al fiume, ſendo regolato da ragioni Mathematiche: nondimeno ritrouandoſi già due modi, l'vno de gli Agrimenſori noſtri, & l'altro di Bartolo, che perauentura potriano di maniera occupar le menti altrui, ſe non foſsino eſsi leuati, come falſi, che non ſi potria facilmente introdurre il noſtro vero modo; per queſto mi par neceſſario di eſſaminar in parte l'vna, & l'altra opinione: prima quella, de gli Agrimenſori, la quale paſſaremo breuemente, come quella,che non è molto artificiata. Gli Agrimenſori non ſono differenti nel diuidere le alluuioni d'vna ripa da quella diuiſione ruſticale, che i medeſimi contadini oſſeruano: ma in quelle, che ſono di più ripe ſtà tutta la difficoltà;cagion dell'error loro; percioche nõ hanno conſideratione, ſe non à quei campi, che in qualunque modo riſguardano il fiume; & per ciò ſe campo alcuno vi è,che per obliquo ſtia, & riſguardi obliquamente il fiume, à quello danno tanta portione di terreno, quanto è il proſpetto al fiume; e ſe campo alcun foſſe, che cadeſſe perpendicolarmente ſul fiume, ò per qualche altra occaſione non riſguardaſſe in proſpetto al fiume, à quello non danno portione alcuna di terreno: onde caſcano in molti inconuenienti. Prima diuidono il terreno, mediante il fiume, nel modo, che ſi diuidono l'iſole, & nondimeno molto è diuerſa la ragione dell'iſola, che è in mezo al fiume, e dalla alluuione, che è aggionta à i campi innanzi al fiume: & già da noi ſi è detto, che la diuiſione del terreno è intentione principale, & quella del fiume è acceſſoria; oltra che in certi caſi, nè ancho poſſono hauer riſguardo al fiume; poi che nõ dãno à tutti del terreno proportionatamẽte; onde ne ſegue, che chi hà maggior frõte, la quale riſguardi l'alluuione, ma non il fiume quello hà minor portione di terreno, e ſpeſſo non ne hà parte alcuna. oltre di ciò non ſi oſſerua punto la ragione dell'adherentia, & della proſſimità, perche quel terreno, ch'è aggionto, & vicino à i campi, che caſcano perpendicolarmente ſopra il fiume, non è aſſegnato à loro; ma à quei campi, da' quali è più lontano. Però come modo inartificioſo, e dal quale ſeguono i detti inconuenienti, (il che ſi vedrà più amplamente da vn diſſegno d'alluuione diuiſo ſecondo gli Agrimenſori, che da noi ſarà poſto per eſſempio nel fine del preſente trattato,) è ben ragioneuole, che da niuno venga oſſeruato, e che, per far giuſtamente tal diuiſione, ſi ricerchi modo più conueniente.

Contra la opinione di Bartolo, Cap. VII.

L'ALTRA opinione, la quale da Bartolo vien poſta nella ſua Tiberia, è di maggiore momento, ſi per la grauità dell'Autore, come per eſſere artificiata. Nè io temo à ragione douere da alcuno eſſer ripreſo, che eſſendo di poca, per non dire di niuna autorità, ardiſca di oppormi all'opinione d'vn tanto huomo, il quale tira à ſe, in materia tale, quaſi tutti i profeſſori delle leggi, che hanno ſo-

pra di ciò in parte ſcritto. Confeſſo nondimeno ingenuamente, che ben ſarei da eſſer ripreſo, ſe mi moueſſe altro, che il zelo della verità, & s'io voleſsi oppormegli in qualche ſentenza legale, come quella, ch'è ſua, e non mia profeſsione. Ma, perche egli è vſcito del campo delle leggi, ponendo (come ſi ſuol dire) la ſua falce nell'altrui biade, & entrando à ragionare di coſa, che ſpetta al Mathematico: il quale riſguarda principalmente le ragioni Geometriche; ſia à me lecito, & à qualunque mediocremente erudito nelle Mathematiche di ragionare intorno l'opinion ſua in fauor del vero.

Dico adunque, che egli fà quattro ſpecie d'alluuioni: l'vna la quale non è angoloſa, che da noi è detta di vna ripa: la ſeconda angoloſa, la quale diciamo di più ripe: la terza è di figura circolare, cioè di minore, ò maggiore, ò vguale al mezo cerchio: la quarta, & vltima ſpecie è miſta, cioè contenuta da linee rette, e curue. La prima ſpecie diuide nel medeſimo modo, che ſi diuide l'Iſola, tirando la linea diuidente da i confini de' campi, la quale ſtia perpendicolare ſopra le fronti di detti campi, nel qual modo vuole, che ſi oſſerui la ragione dell'adherentia. La ſeconda ſpecie diuide nel medeſimo modo, che ſi diuide l'alueo, nel quale ſi oſſerua la ragione della proſsimità; il che ſi fà col diuidere l'angolo per mezo, cauſato dalle fronti de' campi. La terza ſpecie diuide in modo, che tutte le linee diuidenti vadino al centro del cerchio La quarta ſpecie, per eſſer miſta, riduce la diuiſione alla ſeconda, e terza ſpecie. Ma ſi deue auertire, che, nella ſeconda, terza, e quarta ſpecie d'alluuione, finge ſpeſſe volte Bartolo due alluuioni: percioche tira quanto prima vna linea ſimile alla noſtra fondamentale, la quale habbia da diuidere in due parti l'alluuione; l'una delle quali ſia angoloſa, ouero circolare, & è quella, la quale è verſo i confinanti; l'altra non ſia angoloſa, ne circolare, & è quella, ch'è verſo il fiume: la prima parte diuide ſecondo la diuiſione della ſeconda, e terza ſpecie: la ſeconda parte, ſi come la prima ſpecie; nelle quali quattro ſpecie dette d'alluuioni, egli per lo più finge caſi d'alluuioni interminati; oue noi, ragionando della diuiſione fra tutti gli intereſſati; parleremo ſempre de' caſi terminati; altrimente ſeguirebbe,che non foſſe perfetta la diuiſione, alla quale debbono concorrere tutti li confinanti, per troncare in vn tempo tutte le differenze, che poteſſero occorrere. Il modo di diuidere la prima ſpecie, quando le linee diuidenti caſcano perpendicolarmente ſopra la ripa de' campi, & del fiume è molto ragioneuole, & è fondata ſopra la proportione, ſendo però tutte le coſe vguali. Ma, ſe l'alluuione ſarà diſuguale, ſi che da vna parte ſieno i confini più lontani dal fiume, quella portione, che toccherà più lontana dal fiume,ſarà maggiore. Onde non ſi oſſeruerà quella proportione detta di ſopra. Quel modo poi, che egli oſſerua nella ſeconda ſpecie d'alluuione,è alcuna volta ragioneuole, cioè,quando i campi di due confinanti, e le ripe del fiume fanno vn triangolo, come ſi voglia, & che vn lato ſpetti all'uno, & l'altro all'altro confinante. Allhora nella diuiſione ſi oſſerua la proſſimità, e la proportione;& forſe da queſto eſſempio hà voluto Bartolo diuidere l'altre figure d'alluuioni angoloſe. Ma ſe nel medeſimo caſo detto ſupponiamo, che all'uno de' confinanti ſpetti l'un lato, & à due confinanti l'altro lato; allhora, ſe ſi vorrà fare la detta diuiſione dell'angolo, ſi vede chiaramente, che non ſi oſſeruerà per gli intereſſati tutti nè proportione, nè proſsimità: perche nè quel confinante, al quale apparterrà l'vn lato, nè quello dell'altro lato più vicino all'angolo haueranno le parti loro; eſſendo che in ſimil coſe Bartolo vuole,che tra due confinanti d'vn medeſimo lato la linea diuidente cada perpendicolarmente ſopra la ripa de' campi, come tra loro due foſſe l'alluuione d'vna ripa; & per ciò ſi diuide nel modo, che ſi diuide la prima ſpecie; di modo che le linee diuidenti ſi ſegono frà loro, le quali vengono à fare vn altro angolo, il quale biſogna diuidere conforme alla ſeconda ſpecie, ſtando le ſue ſuppoſitioni, & ſi conoſcerà, quanto maggior portione habbia indebitamente quello, che è più vicino al fiume, de gli altri due confinanti,che circõdano l'angolo;oltra che le linee diuidenti ſono tranſuerſali, e non per diritto, come eſpreſſamente vuole la legge per diuidere l'Iſole. Onde, accreſcendoſi confinanti, ſi vede, che il modo diuiene irragioneuole, e che non ſerue à tutti i caſi. Quella fintione d'alluuioni nella medeſima figura,

xiij. Figura Tiberis.

gura,

gura, cioè da vna parte angoloſa, e dall'altra non angoloſa, oltra che ci dimoſtra la ſua imperfettione, per eſſer finta dal diuidente, e non fatta dalla natura, ce la dimoſtra anchora col volere nella medeſima figura dell'alluuione valerſi dei due modi diuerſi,come ſi è moſtrato nei due caſi di ſopra. Il modo anchora della terza ſpecie,dato che foſſe poſsibile da lineare cerchi così grandi di pratica,come ci imaginiamo, che poſsino interuenire nell'alluuioni, ſarà ragioneuole in parte; ma non in tutto, come per eſſempio: quando la ripa del fiume foſſe la corda dell'arco,e le fronti de'confinanti il mezo cerchio. Dico, che ſarà ragioneuole nelle proportioni,ma irragioneuole nell'adito al fiume,perche la diuide in modo, che le linee diuidenti ſono tirate da i confini de' campi al centro del mezo cerchio,che è vn punto; nel quale da gli intereſſati, quanto alla portione del terreno, ſi oſſerua la proportione: ma l'adito al fiume reſta à gli due primi, che ſono ſopra alla corda, ouero ripa del fiume: per il che,non hauendo l'adito gli altri intereſſati al fiume, è abſurdo,per le ragioni dette nel ſecondo capo di queſto. Ma ſe le fronti de' campi,& la ripa de' fiumi cauſeranno portion maggiore, che il mezo cerchio, la diuiſione ſarà ſproportionata nell'vno, e nell'altro modo: perche, oltra che le linee diuidenti vadino al centro,maggiori ſaranno quelle portioni de gli eſtremi di detti confinanti, cioè verſo il fiume à proportione,che quella d'alcun'altro, & il medeſimo ſeguirà dal non hauer l'adito al fiume gl'altri intereſſati, per eſſer in vn punto,come habbiamo detto. Ma ſe fra il fiume, & le fronti de' confinanti la portione ſarà minore del mezo cerchio;allhora nella diuiſione ſarà ſproportione; perche il centro di tal portione ſarà forſe di là dal fiume per qualche ſpacio; onde le linee diuidenti, che ſono tirate al centro cauſeranno minor portione alli confinanti verſo il fiume, che qualunche de gli altri intereſſati lontano dal fiume, perche le linee diuidenti ſaranno minori; & quelli, che ſaranno frà linee diuidenti maggiori, hauranno anchora la portione dell'alluuione maggiore: Onde gl'intereſſati de gli eſtremi verſo il fiume,hauendo le linee diuidenti minori, per conſeguenza haueranno la portione dell'alluuione minore di quello, che ſe gli conuiene; oltra

che

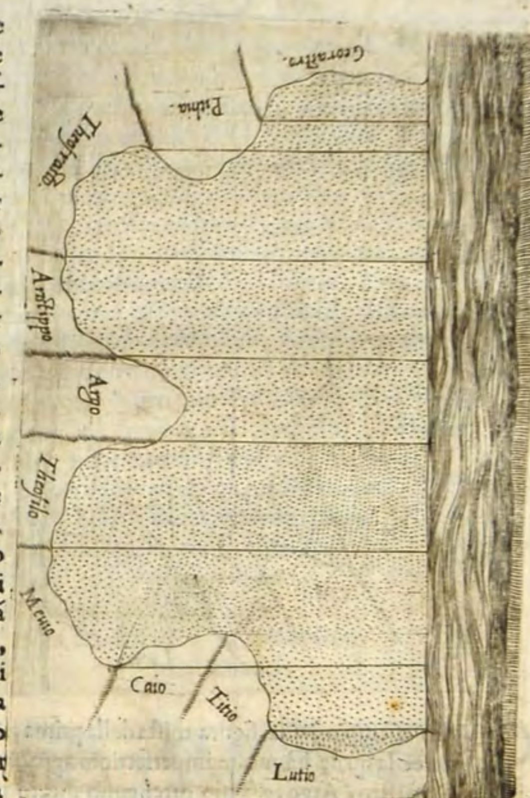
che non è poſsibile di linear cerchi, nè maggior portione, nè minore, nè vguale al mezo cerchio, per regolar vna figura d'vna alluuione per riſpetto della pratica. Il modo del diuidere la quarta ſpecie habbiamo detto, che vien ridotto al modo della ſeconda ſpecie, quanto alla deſcrittione della figura da lui moſtrata: la quale, eſſendo miſta, ſi potrà dare tal caſo con l'accreſcerle confinanti, & nuoua alluuione, che nella diuiſione concorrerà il modo delle tre ſpecie dette di ſopra, & ſarà del tutto irragioneuole; perche ſi come il caſo è compoſto, così la diuiſione anchora ſarà compoſta; onde hauendo detto di ſopra gli inconuenienti, che ſeguono nelle tre ſpecie dette, tanto maggiormente ne ſeguiranno in queſta, biſognando valerſi della diuiſione della prima, ſeconda, e terza ſpecie ne i caſi, che ſi potrebbono proporre, i quali da i lettori ingegnoſi ſaranno conoſciuti, hauendo bene inteſe le ragioni di ſopra poſte. Onde noi dunque debbiamo cercare vn modo generale in tutti i caſi, & maſsimamente baſteuole ad vn ſol caſo.

Di tre eſſempij d'vn caſo diuiſo ſecondo gli Agrimenſori, ſecondo Bartolo, & l'Autore. Cap. VIII.

ANCHORA, che poſſono gl'intendenti (per quanto ſi è detto di ſopra) conoſcere con l'intelletto l'imperfettione del modo del diuidere ſecondo gli Agrimenſori, & ſecondo Bartolo, & la perfettione del modo propoſto da noi: Nondimeno, perche nelle coſe della pratica gli eſſempi ſenſibili, & ſottopoſti maſsimamente al vedere, ſogliono maggiormente moſtrare la verità, oltra che il conformare le coſe del ſenſo à quelle dell'intelletto è ſegno eſpreſſo del vero; Per queſto hò penſato eſſer bene di ſottoporre à gli occhi vn caſo d'alluuione, & quello diuidere ſecondo gli Agrimenſori prima; dopoi ſecondo Bartolo, & vltimamente ſecondo l'opi-

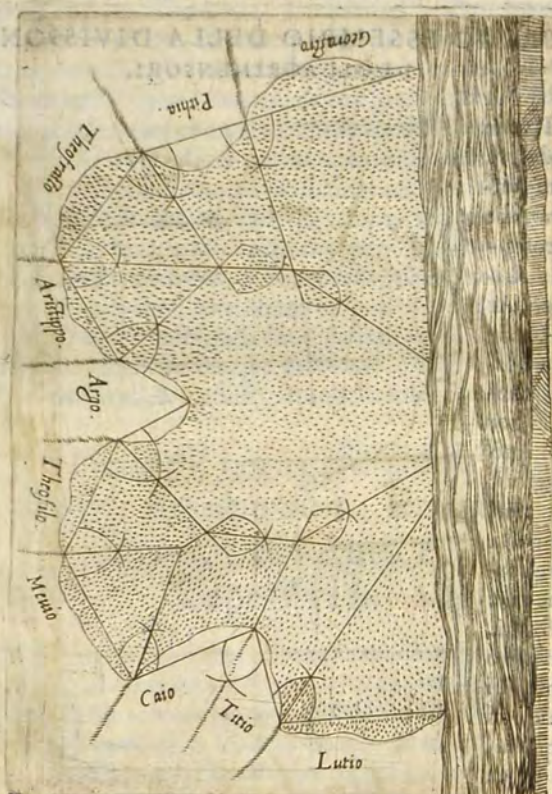
nion noſtra; ſperando, che conoſciuti gli inconuenienti di quelli, e di queſto, l'occhio inſieme col giudicio approui il terzo modo.

PRIMO ESSEMPIO DELLA DIVISIONE DEGLI AGRIMENSORI.



SI vede dal preſente diſſegno, che Theofraſto, Ariſtippo, Argo, Theofilo, Meuio, hanno le portioni loro maggiori, che non comporta la proportione delle lor fronti. Geroaſtro Pithia, e Titio non hanno quello, che ſe gli deue, & Caio, Lutio non hà parte alcuna; l'vno per eſſer in ſito incómodo; l'altro (come hauemo detto) perpendicolare ſul fiume.

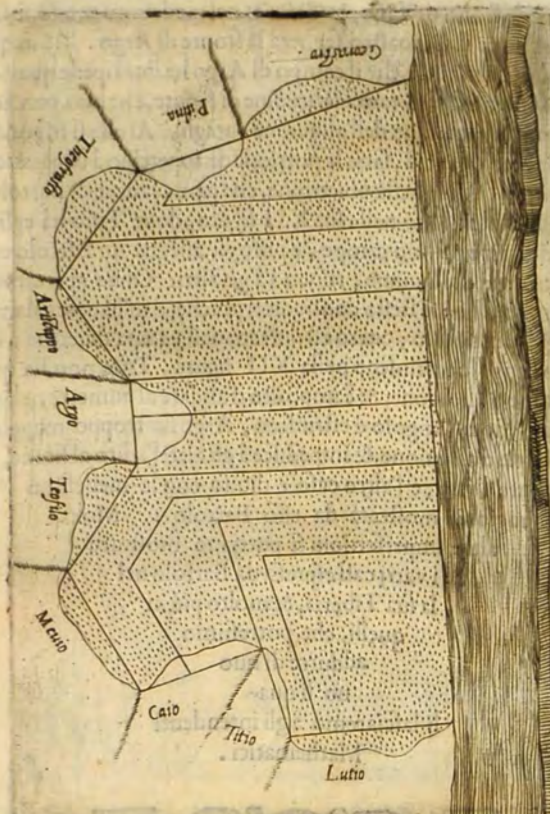
SECONDO ESSEMPIO DELLA DIVISIONE DI BARTOLO.



QVeſto eſſempio è vna figura miſta della prima, & ſeconda ſpecie: la quale hà molte imperfettioni apparenti. Percioche Geroaſtro, Argo, e Titio ottengono molto più di quello, che ricerca la ragione, & Pithia Theofraſto, Ariſtippo, Theofilo, Meuio, e Caio non ſolo non hanno quello, che ſe gli viene;

ma anchora ſono priuati dell'adito al fiume, & ſi vede chiaramente, che non oſſerua nè proportione, nè proſsimità. Perche ſe ſi dà vn punto, come egli inſegnà nella nona figura, che tocchi la fronte d'Argo, ſegarà le fronti di Titio, & Caio; & nel medeſimo modo, ſe ſi dà nella portione di Geroaſtro, ſegherà la fronte di Argo. Ma in queſto alcuno potria dire, che il campo di Argo hà due ripe: le quali aggionte inſieme, fanno tanta latitudine di fronte, che non parrà coſa ſuperflua la portione dell'alluuione datagli. Al che ſi riſponde, che anzi con tutto ciò, ſaria la portione di ſoperchio à cõparatione de gli altri. Ma queſta obiettione, che pare à fauore di Bartolo, è contra Bartolo iſteſſo nella ſua XII figura, doue Titio hà egli anchora due ripe nel ſuo campo, e pure gli aſſegna iui Bartolo così poca quantità d'alluuione, riſpetto à gli altri: Onde apertamente ſi conoſce, che à ſe ſteſſo contradice; poiche, dall'hauere ſolamente l'angolo intrinſeco, ouero eſtrinſeco, naſce tanta diuerſità; che eſſendo l'angolo intrinſeco nella XII figura, Titio non hà quaſi portione d'alluuione, & è impedito d'andare al fiume; & nel preſente caſo, doue l'angolo è eſtrinſeco, Argo hà troppo maggiore portione d'alluuione, & impediſce à gli altri l'adito al fiume, e pure l'vno, e l'altro caſo è diuiſo con le medeſime ragioni moſtrate da eſſo Bartolo. Molte altre imperfettioni ſi potriano moſtrare ne i varij caſi eſpreſsi da Bartolo nella ſua Tiberia, & molto più in quelli, che potreſimo addurre di nuouo: li quali laſciaremo à gli intendenti Mathematici.

TERZO ESSEMPIO DELLA DIVISIONE DELL'AVTORE.



SEndo manifesto quanto habbiamo detto di sopra della proportione, che si deue osseruare, e dell'adito, che si deue hauere al fiume, si può conoscere chiaramente, che tutti gl'interessati hanno l'vno, & l'altro, si che ponno contentarsi: la qual cosa manife

stamente si conoscerà dalla dimostratione di detto caso nel quinto Trattato, al caso XIIII. Habbiamo dunque dimostrato le conditioni, che deue hauere il vero modo del diuidere l'alluuioni: le quali non si ritrouano nel modo descritto da Bartolo, nè in quel lo vsato da gli Agrimensori, ma si bene nel modo promesso da noi. Et parimente habbiamo veduto, che la diuisione deue essere regolata da ragioni Geometriche. Hora proporremo quello, che ci pare necessario, tolto dal fonte Mathematico, per venire à vna giusta, e fondata diuisione.

Il fine del Primo Trattato.

MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI, DA QVELLO DI BARTOLO, ET DA GLI AGRIMENSORI DIVERSO,

Di Carlo Carazzi, detto il Cremona.

TRATTATO II.

Delle Diffinitioni. Cap. I.

POICHE la diuisione dell'alluuioni deue essere da noi regolata con regole Geometriche, & cō Geometriche ragioni dimostrata, è necessario, che ci prepariamo à dimostrar quel le cose, che si ricercano alla cognitione di ciò, delle quali, altre sarāno communi, & abstratte, & altre proprie, & applicate al soggetto nostro. Noi intorno alle proprie ci allargaremo alquanto; parendoci, che la cognition loro non si apprenda altroue; ma intorno alle communi, ci bastarà proporle simplicemente, come quelle, che tolte dal fonte Geometrico, si ponno apprendere da altri, & massimamente da Euclide, dal quale pigliaremo le Diffinitioni, le Dimande, le Dignità, & le Propositioni, poste da noi nel presente secondo Trattato. Nè paia strano, che, potendo noi rimettere ad Euclide la cognitione di questi principij vogliamo nondimeno porle in questa opera nostra; essendo che nel far così, venimo ad imitare Galeno, il quale nel trattare la Medicina, se bene poteua rimetterre la cognitione delle cose della Filosofia

ad altri Filosofi, volse nondimeno, per non fare l'opera sua rozza, prendere le materie, che per se faceuano da diuersi libri filosofici, adornandone i libri suoi. Et noi parimente, per non fare la presente nostra opera manca, od imperfetta habbiamo voluto pigliare da Euclide i presenti principij; il che ci pare tanto più lecito, quanto sarà pure d'attribuirsi à noi; che, come di molti fiori d'vn ampio giardino, haueremo fatta vna conueniente raccolta: oltrache si vedrà pur ancho tal volta qualche notatione, che si haurà giudicata degna d'esser posta; & le proue delle propositioni saranno addotte da noi forse più succinte di quelle di Euclide. Incominciando dunque con l'ordine d'Euclide, porremo sotto varij capitoli, prima le Diffinitioni, poi le Dimande, nel terzo luogo le Dignità, & finalmente le Propositioni.

DIFFINITIONE PRIMA.

Il punto è quello, che si dice non potersi diuidere in alcuna parte.

Douemo sapere, che il ponto è il primo termine, che si pone nella quantità continoua, il qual ponto non patisce alcuna sorte di diuisione; per questo gli Filosofi gli hanno dato il primo loco nella simplicità.

I I.

La linea è vna lunghezza senza larghezza.

Tre sono le dimensioni, che si danno alla quantità, cioè lunghezza, larghezza, & profondità; & perche la linea tiene lunghezza, senza larghezza è il primo interuallo semplice, & haurà il secondo loco nella simplicità dopò il punto: Intorno alla linea occorrono altre diffinitioni, come quella de' suoi termini, & sue specie.

III.

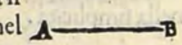
I Fini della linea ſono duo ponti.

Da Euclide vien conſiderata la linea in tre modi, ouero finita, e terminata dall'vna all'altra parte, ouero infinita da vna parte, & finita dall'altra, ouero infinita dall'vna, e l'altra parte. Hora ſi dice della finita in ambedue le parti, che i ſuoi termini ſono duo punti, i quali modi poi ſi conoſceranno nella prima propoſitione del quarto capo per la diuiſione dell'angolo, che la linea è terminata dall'vna à l'altra parte, ouero nella propoſitione prima del capitolo delle parallele eſſer finita da vna parte, & infinita dall'altra', ouero nella terza propoſitione del capo della perpendicolare eſſere infinita dall'vna all'altra parte.

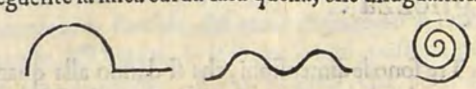
IIII.

La linea retta è quella, che vgualmente ſe diſtende frà li ſuoi punti.

Euclide vuole, che la linea retta ſia quella, che comprende diſtanza vguale, cioè quella, che ſi interpone frà li ſuoi punti. Archimede (come narra Proclo nel commen. 4. diſſe, che la linea retta è la più breue di tutte l'altre, che hanno i medeſimi fini.



Et per conſeguente la linea curua ſarà quella, che diſugualmente ſi diſtende frà li ſuoi punti, della quale

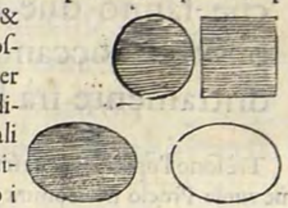


noi non habbiamo à ſeruirſene nell'opera noſtra; poiche tutte le linee curue deuono eſſere da noi ridotte à rette. Onde non ne parlaremo altrimente.

V.

La ſuperficie è quella che hà ſolamente longhezza, e larghezza.

Dopò la linea Euclide hà collocata la ſuperficie, la quale è doppia d'interuallo, cioè longhezza, & larghezza, ſenz'alcuna ſorte di groſſezza: però alcuni vogliono, che ſia termine del corpo; altri grandezza diſtante per due interualli, per i quali noi veniamo in cognitione delle miſure de' campi, oue ſi diſtinguono i termini loro, come longhezza, e larghezza.



VI.

I Fini della ſuperficie ſono le linee.

Si come habbiamo detto, che i fini delle linee ſono i punti, così di tutte le ſuperficie i loro fini ſono le linee.

VII.

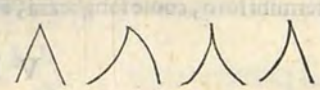
La ſuperficie piana è quella, che è collocata vgualmente frà le ſue linee.

Proclo teſtifica nel commen. vij. che gli antichi Filoſofi diceuano, che la ſuperficie, & il piano ſono vna medeſima coſa. Ma Euclide, & i ſuoi ſeguaci dicono, che la ſuperficie è il genere, & il piano la ſua ſpecie, ouero la ſuperficie piana. Si come della linea, è ſpecie la linea retta. Et noi non ci ſeruiamo d'altra ſpecie di ſuperficie, & però ci contentaremo ſol di queſta diffinitione, ſi come Euclide, il quale ragiona ſolo della ſuperficie piana, & conſidera à pieno gli effetti di quella.

VIII.

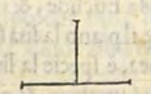
L'Angolo piano è quella inclinatione, che fanno due linee, quando in vn punto ſi toccano, & non ſono poſte drittamente frà loro.

Trè ſono l'opinioni, che ſi trouano, circa l'Angolo piano, come vuole Proclo nel commen. viij. del ſecondo libro; delle quali vna è d'Euclide, l'altra d'Eudemo, la terza d'Apollonio, Plutarco, e Carpo: ma noi ſtaremo sù quella d'Euclide, eſplicandola breuemente, il quale dice eſſer quella inclinatione, che fanno due linee in vn punto, ò ſiano rette, ò ſiano curue, ò ſiano miſte: la qual diffinitione ſi deue intendere di quegli angoli, che conuengono nel delineare la ſuperficie piana, & gl'impone vn commun nome piano, come genere della diffinitione, laſciando i ſolidi, che conuengono à corpi; & dice. Se l'angolo è compreſo da linee rette, ſi domanda rettilineo, ſe da curue curuilineo, ſe da miſte miſto, il quale poi diſtingue, & fà vna diuiſione di quelli, che ſono rettilinei, per eſſer nell'opera ſua più neceſſarij, ſi come, nelle ſeguenti diffinitioni, fà egli ſolamente mentione di trè ſorti, & non più, come Angolo retto, Angolo ottuſo, & acuto.



IX.

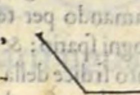
L'Angolo retto dunque è quello, che è cauſato da



vna linea retta, che cade ſopra d'vn'altra drittamente, e che fà gli angoli l'vn dopò l'altro vguali.

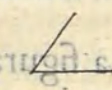
X.

L'Angolo ottuſo è quello, che fanno due linee, quando ſi toccano in vn punto, facendo l'angolo maggiore, che'l retto.



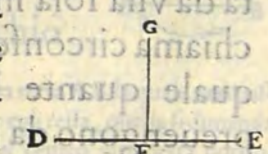
XI.

L'Angolo acuto è quello, che fanno due linee congionte in vn punto, che ſia minore, che il retto.



XII.

La linea retta è quella, che cade ſopra d'vn'altra linea retta drittamente; & che fà gli angoli l'vn dopò l'altro vguali, tal linea ſi chiama perpendicolare à quella, che ſtà ſopra.



Come'è la linea FG, ſopra della DE.

X I I I.

Il termine è fine di qualche cosa.

Dice Proclo, che non bisogna, che il termine si riferisca ad ogni grandezza, perche la linea si dice termine, e fine: ma non si deue riferire à gli spatij, che sono nelle superficie, & à corpi solidi; chiamando per termine quel circuito, ouero giro, che termina ogni spatio: & cotal termine, dice essere fine, non già come il punto si dice della linea fine: ma come quello, che rinchiude, & separa le cose, che gli stanno intorno: & questo nome è proprio dell'antica Geometria, per il mezo del quale si misurauano i campi, & i termini distintamente si conseruauano. Onde poi s'acquistò la cognitione di questa scienza; & chiamando Euclide questo giro esteriore termine, bene, & meritamente l'hà constituito fine de' spatij.

X I I I I.

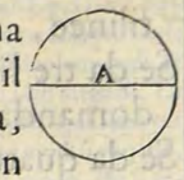
La figura è quella, la quale è contenuta da vno, ouer più termini.

X V.

Il cerchio è vna figura piana contenuta da vna sola linea, che si chiama circonferenza; alla quale quante linee rette preuengono da vn punto, che si chiama centro del cerchio, che stà nel mezo della figura, tutte frà loro sono uguali.

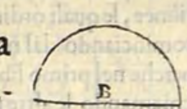
X V I.

Il Diametro del cerchio è vna linea retta, che passa per il centro, e termina nell'vna, e nell'altra parte della circonferenza, & la diuide in due parti uguali.



X V I I.

Il mezo cerchio è vna figura piana compresa dal Diametro, e dalla metà della circonferenza del cerchio.



X V I I I.

La portion del cerchio è una figura contenuta da vna linea retta, e dalla circonferenza del cerchio.

Come se nel cerchio C, si tirasse la linea retta A B, la quale non passando per il centro, quella parte, oue egli resta, quella si dimanda portione maggiore, & quella fuori del centro vien detta portione minore.

X I X.

Le Figure, le quali sono contenute

da linee rette vengono chiamate rettilinee.

Se da tre linee rette ſono compreſe, ſi domandano trilatere.

Se da quattro linee, quadrilatere.

Se da più di quattro linee, multilatere.

Dopò che Euclide hà trattato del cerchio, viene alle figure rettilinee, le quali ordinatamente per numeri ſi ſtendono in infinito, cominciando dal numero ternario, per eſſere le più elementali; perche nel primo libro tratta de' Triangoli, & Parallelogrammi, chiamando le altre per vn nome commune moltilatere.

X X.

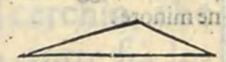
Il Triangolo equilatero è quello, il quale hà tre lati vguali.

X X I.

Il Triangolo Iſocelo è quello, il quale hà due lati vguali, & il terzo ineguale.

X X I I.

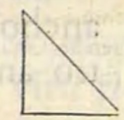
Il Triangolo ſcaleno è quello, il quale ſi contiene ſotto tre lati inegua li.



Si hà da ſapere che di queſte Diffinitioni; nelle quali ſi eſpone le trè ſpecie de' Triangoli. La prima eſſere quella dell'Equilatere, perche hà le parti tutte vguali, & ancho è la più ſimplice, & la più facile alla cognitione d'ogn'altra. La ſeconda ſpecie è di due lati vguali, & il ſubtendente ineguale. La terza ſpecie ha tutti i lati ineguali. La conſtruttion prima ſi fà de gli equilateri, perche gli Angoli ſono tutti vguali: ma nell'Iſocelo, & nello Scaleno infiniti modi ſi variano, & le conſtruttioni di queſti ſi conſtituiſcono nel modo, che ſi vedrà nella prima propoſitione del ſeſto capo del preſente Trattato.

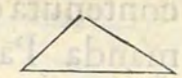
X X I I I.

Il Triangolo rettangolo è il più noto, & hà ſolo vn'angolo retto,



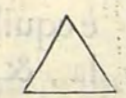
X X I I I I.

Il Triangolo Ambligonio, ouero ottuſangolo è quello, che hà vn' angolo ottuſo.



X X V.

Il Triangolo oſigonio, ouero acutiangolo, è quello, che contiene tre angoli acuti.



Eſſendo narrato da Euclide la qualità de i triangoli, riſpetto à i lati, & à gli angoli: Hora diremo noi, che le differenze, che poſſono occorrere in eſsi, ſon ſette, riſpetto ai lati: come il Triangolo rettangolo puote eſſere Iſocelo, & Scaleno. L'ottuſangolo, Iſocelo, & Scaleno, & lo Acutiangolo, puote eſſere Iſocelo, Scaleno, & Equilatero. Et queſto ſia detto di quello, che può auenire ne gli Triangoli anchorche, noi gli nominaremo per lo più nelle noſtre Attioni Trirangoli, ſenza altro.

DELLE FIGVRE QVADRILATERE.

XXVI.

Il Qnadrato è equilatero, & è anchor compreſo da quattro angoli retti.

XXVII.

La Figura più longa, che larga, contenuta da angoli retti, ſi domanda Parallelogramma rettangola; ma non è equilatere.

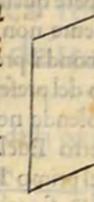
XXVIII.

Il Rombo è vna Figura, la quale è equilatera; ma non è rettangola, & è Parallelogramma.

∴ ∴

XXIX.

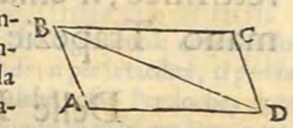
Il Romboide è vna figura, la quale hà i lati, e gli angoli vgualmente oppoſti; ma non è equilatera, nè rettangola, & è parallelogramma.



XXX.

Il Diametro delle figure parallelogramme, è quella linea retta, che vien tirata da vn angolo all'altro contrapoſto, che lo diuide per mezo.

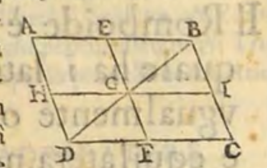
Si come eſſendo il Parallelogrammo A B C D, dall'angolo B, all'angolo D, tirata la linea retta B D, la quale ſi domanda Diametro del parallelogrammo, & lo diuide in due parti vguali, come ſimilmente potrà vedere nella 34. propoſitione del primo d'Euclide.



XXXI.

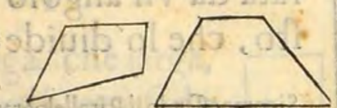
I ſupplimenti nelli parallelogrammi ſono quelli, che ſono ſegati dal Diametro del medeſimo.

Hauendo noi biſogno in vna data retta linea d'applicare vn Parallelogrammo vguale ad vn triangolo, ci è molto neceſſario ſapere quello, cha ſia ſuppleméto, altrimente non potreſsimo dimoſtrare la ſeconda propoſitione del ſettimo Capo del preſente Trattato; il perche, non volendo noi deuiare da quello, che hà detto Euclide nella 43. propoſitione del primo Libro; diremo, che ſendo il parallelogrammo A B C D, ſegato dal diametro B D, & compartito nelli quattro parallelogrammi G A, G D, G C, G B, talmente che ſi tocchino nel punto G, li due, che non ſono ſegati dal diametro B D, ſi domanduno dunque li ſupplementi, gli altri rimanenti H F, I E, ſi dicono ſtare attorno al diametro.



XXXII.

Tutte l'altre figure rettilinee, ſi chiamano Trapezie.



Delle Dimande. Cap. II.

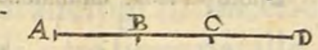
DIMANDA PRIMA.

SI addimanda da qual ſi voglia punto, à qual ſi voglia punto tirare vna linea retta.

II.

Che ſi poſſa prolongare vna linea retta, terminata in continuo, e drittamente.

Come è la linea retta B C, ſi poſſa prolongare; ò dalla parte verſo A, ouero verſo D, in continuo, e dirittamente.



III.

Che, da qual ſi voglia centro con qual ſi voglia interuallo, ſi poſſa deſcriuere vn cerchio.

Proclo, ſecondo Gemino, dice; che ragioneuole coſa è collocare queſti tre principij frà le dimande; sì per la facilità, sì perche ci comandano, che facciamo qualche coſa: Percioche, doue dice Euclide; che da qual ſi voglia punto, tirando vna linea retta, ſegue quella diffinitione, che la linea è il fluſſo del punto, e che la linea retta è vn' vgual fluſſo, e non piegato. Se dunque intendiamo il punto mouerſi d'vn moto vguale, & breuiſsimo, incontraremo l'altro punto; e così ſarà fatta la prima dimanda; non intendendo coſa varia. Ma ſe la linea retta foſſe terminata in vn punto, ſimilmente intendendo il detto termine mouerſi d'vn moto breuiſsimo, & vguale, ſi formarà la ſeconda dimanda, con facile, & ſimplice modo. Se poi intendiamo la linea retta, terminata da vna parte, eſſere immobile, e dall'altra mouerſi intorno al punto, che ſtà fermo, ſi farà la terza dimanda; percioche il centro ſarà il punto immobile, e l'interuallo la linea retta, &

quanto ella ſerà longa, tanto ſerà l'interuallo à tutte le parti della circonferenza.

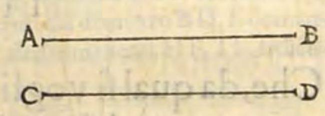
IIII.

Che gl'angoli retti ſiano tutti vguali.

E noto per la IX. diffinitione di queſto.

V.

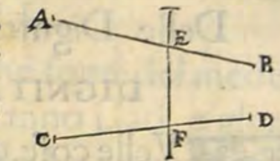
Che le linee rette parallele, ouero equidiſtante, eſſendo prolongate in vn medeſimo piano in infinito nell'vna, e nell'altra parte non ſi congiungono giamai inſieme.



VI.

Se ſopra due linee rette, cade vna linea retta farà gli angoli interiori, & da vna medeſima parte, minori di due retti; quelle linee prolungate, ſi congiungeranno inſieme da quella parte, che gli Angoli ſono minori di doi retti.

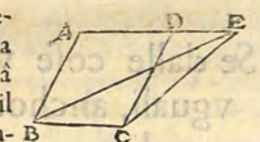
Come le due linee A B, C D, cadendole ſopra la linea retta E F, ſi congiungeranno dalla parte di B, & D, ſendo gli angoli D F E, B E F, minori di due retti.



VII.

Che i Triangoli & parallelogrammi, che hanno le baſi vguali, e fra linee parallele; il parallelogrammo ſia doppio del Triangolo.

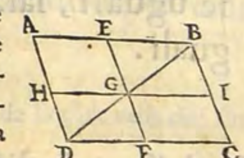
Con ragione ſi può concedere queſta dimamda eſſendo la 41. propoſitione del primo d'Euclide, nella quale ſi dimoſtra, che eſſendo il parallelogrammo A B C D, nella medeſima baſe B C, del triangolo B C E, & frà le due linee equidiſtante A E, B C, il parallelogrammo ſia doppio del triangolo E B C.



VIII.

Che i ſupplementi d'ogni Parallelogrammo ſiano vguali.

Non è fuori di ragione il conſentire queſta dimanda (eſſendo propoſitione dimoſtrata da Euclide nella 43. del primo, oltre che biſognando à queſta opera, per quello, che hauemo detto nella 31. diffinitione di queſto) che i ſupplementi, cioè A H G E, E F C I, nel parallelogrammo A B C D, ſiano vguali.



Delle Dignità. Cap. III.

DIGNITA PRIMA.

QVelle cose, che sono vguali à vna medesima, sono anchora vguali frà loro.

II.

Se alle cose vguali si aggiungono cose vguali, tutte sono vguali frà loro.

III.

Se dalle cose vguali si traggono cose vguali, anchora le rimanenti saranno uguali.

IIII.

Se alle cose disuguali si aggiungono cose uguali, saranno nondimeno diseguali.

V.

Se dalle cose disuguali si traggono cose uguali, le rimanenti saranno disuguali.

VI.

Quelle superficie, che sono del medesimo genere, che hanno i lati, e gli angoli vguali, sono frà loro vguali.

VII.

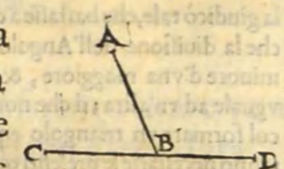
Il tutto è maggior, che la parte sua.

VIII.

Due linee rette non comprendono spatio alcuno.

IX.

Se da vn punto, che sia in vna linea retta, sia posto due linee rette in diuerse parti, & faccino gli angoli conseguenti vguali à due retti, esse linee saranno per dritto tirate.



Notasi, che questa vien dimostrata da Euclide nella xiiij. Propositione del primo Libro.

Delle Propoſitioni per la diuiſione dell'Angolo. Cap. IIII.

TVtte le ſeguenti Propoſitioni, ſi come ſeruono à varij fini, così ſaranno poſte ſotto varij capitoli; Alcune tendono à moſtrare come ſi debba diuidere l'Angolo; & alcune, come ſi poſſa tirare la linea perpendicolare; altre inſegnano à fare le linee parallele;altre à conſtituire vn parallelogrammo vguale ad vn rettilineo; & alcune altre il Quadrato.

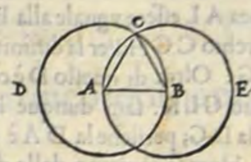
Quelle, che moſtrano come s'habbia à diuidere l'Angolo, ſono di molta vtilità, & maſsimamente poiche in alcuni caſi la ſola diuiſione dell'Angolo baſta à fare ſolo la diuiſione dell'alluuione ragioneuole, & noi ci ſeruiamo nel diuider l'Angolo nel quinto Trattato al vij Capitolo nel primo, terzo, & quarto caſo, à fin che veniamo in cognitione del punto,oue debbia paſſare la linea diuidente infrà due confinanti nella linea fondamentale, & Bartolo la giudicò tale,che baſtaſſe à diuidere l'alluuione di più ripe; e perche la diuiſione dell'Angolo ſuppone il tagliamento d'vna linea minore d'vna maggiore, & queſta ſuppone fare vna linea retta vguale ad vn'altra; il che non ſi può dimoſtrare, che ſia, ſe non col formare vn triangolo equilatero, ò iſoſcelo; per queſto ci ſaranno neceſſarie le preſenti quattro propoſitioni.

PROPOSTA PRIMA.

Propoſitio - ne 1. del pri mo d'Euclide

Sopra vna data rettalinea terminata, poſsiamo conſtituire vn Triangolo equilatero.

.·. .·.



Sia la data retta linea terminata A, B. Biſogna ſopra eſſa conſtituire il Triangolo equilatero dal centro A, con l'interuallo A B. Deſcriuaſi il cerchio B, C, D, & ſimilmente dal centro B, con l'interuallo A B deſcriuaſi il cerchio A C E, e dal punto C, nel quale i cerchi ſi ſegano frà loro; & dalli punti A B ſiano tirate le linee rette A C, & B C, ſarà ſopra la linea retta A B, conſtituito il Triangolo equilatero A B C; percioche A è centro del cerchio B C D; dunque A C è vguale all'A B; & perche anchora B è centro del cerchio C A E, ſarà la B C vguale all'A B, & la C A è dimoſtrata vguale all'A B. Adunque l'vna, e l'altra di eſſe C A, & C B ſono vguali alla linea A B: Onde le tre linee A B, A C, B C ſaranno vguali frà loro: Adunque il Triangolo A B C è equilatero: Et è conſtituita ſopra la linea A B terminata, come ſi richiedeua.

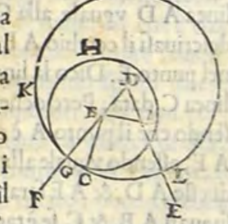
Cap. 2. Diman. 3. 2. Tratt. Cap. 2. Diman. 1. Cap. 1. Diffin. 15. Cap. 1. Diffin. 20.

Si hà da ſapere, che ſopra la data retta linea terminata, ſe le può anchora conſtituire il triangolo Iſocelo, & lo Scaleno, come ſi vede in Proclo, & in molti altri moderni.

I I.

Da vn punto dato poſsiamo tirare vna linea retta vguale ad vn'altra data.

Prop. 2. del 1. d'Eucl.

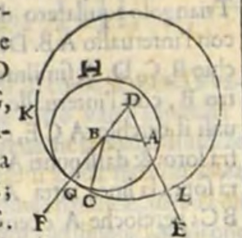


Sia il dato punto A, & la data retta linea B C, biſogna dal punto A tirare vna linea retta vguale alla B C. tiriſi dal punto A qual ſi voglia punto, come B nella linea retta A B, & ſopra d'eſſa conſtituiſcaſi il triangolo equilatero A B D, & ſi prolunghino per lo dritto le due linee D B, e D A ne i punti F, & E, e dal centro B deſcriuaſi il cerchio C G H, ſecondo l'interuallo B C, & ſimilmente dal centro D deſcriuaſi il cerchio G L K. Dico la

Cap. 2. Diman. 1. Precedente propoſitione Diman. 2. Diman. 3.

linea A L eſſere vguale alla B C. Percioche il punto B è centro del cerchio C G H. Per la diffinitione del cerchio, la B C è vguale alla B G. Oltra di queſto D è centro del cerchio G L K: ſarà dunque la D L vguale alla D G; perilche la D A è vguale alla D B. Hora ſe cauiamo dalle due linee D G, & D L le due linee D B, & D A, le rimanenti B G, & A L ſaranno vguali; così la B G è ſtata dimoſtrata vguale alla B C; Onde la A L ſarà vguale ad eſſa B C. Adunque dal dato punto A ſi è tirata la linea A L vguale alla B C, come ſi conueniua. Et è da notare, ſi come ſcriue Proclo, che queſto problema hà molti caſi, cioè, che il punto A ſi può dare in varij modi.

Cap. 3. Tratt. 1. Dignità 3.



I I J.

Date due linee rette diſuguali dalla maggiore, poſsiamo tagliarne vna vguale alla minore.

Propoſit. 3. del 1. d'Euc.

Siano le date due linee diſuguali A B, & la C, delle quali la A B ſia maggiore; Biſogna adunque dalla maggior A B tagliare vna linea retta vguale, alla minore C. Pongaſi dal punto A la linea A D vguale alla C. Dapoi dal centro A deſcriuaſi il cerchio A E D, ſegando la linea A B nel punto E. Dico la linea A E eſſere vguale alla linea C data: Percioche la linea A E è vguale alla linea A D; eſſendo che il punto A è centro del cerchio D E. Dunque la linea A E, eſſendo vguale alla linea A D, ne ſeguirà, che l'vna, & l'altra di eſſe A D, & A E ſaranno vguali alla C. Onde alle due linee diſuguali A B, & C ſe è tagliata dall'A B maggiore, la A E vguale alla C minore, come biſognaua fare.

Per l'antecedente. Dimoſt. 3.

Cap. 1. Diffin 15. Dign. 1.

I I I I.

Dato vno Angolo rettilineo poſsiamo diuiderlo per mezo.

Propoſit. 9. del 1. d'Euc.

Sia il dato angolo rettilineo B A C, il quale biſogni diuidere per mezo; tolgaſi nella linea A B qual ſi voglia punto D, & dalla linea A C, tagliſi A E vguale alla A D, & giunto la D E conſtituiſcaſi ſopra eſſa il triangolo equilatero D E F, & giungaſi A F. Dico l'angolo B A C eſſer diuiſo per mezo dalla linea retta A F. Percioche eſſendo la A D vguale alla D E, & la A F communi, ſaranno dunque le due linee D A, & A F vguali alle due E A, & A F, & l'vna, & l'altra all'vna, & all'altra, & la baſe D F è vguale alla baſe E F: dunque i due triangoli D A F, & E A F ſono vguali; perche hanno i lati, e gli angoli vguali: Onde l'angolo B A C dato è diuiſo per mezo dalla linea retta A F, come biſognaua.

Propo. 3. di queſto.

Propoſit. 1. di queſto.

Per la Dignità 6. di queſto Trat.

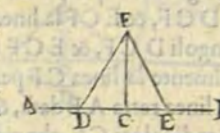
Delle propoſitioni per la perpendicolare. Cap. V.

QVando il tirare la perpendicolare non foſſe nella noſtra diuiſione vtile ad altro, è egli nondimeno neceſſario à mandare gl'intereſſati al fiume; il che è vna delle due intentioni, che dobbiamo ſempre hauere innanzi à gli occhi. Perche, ſe bene ci potreſsimo ſpeſſo valere d'altro modo, che del diuidere con linee diuidenti, ma non perpendicolari; nondimeno habbiamo biſogno di valerci di eſſa, accioche ſia vna regola vniuerſale, da ſeruirſene in tutti i caſi dell'alluuioni; & chi voleſſe oſſeruare altro modo, occorrerebbe tal volta, che alcuno de gl'intereſſati nó haurebbe l'adito al fiume: ma quando bene ci poteſsimo valere delle linee diuidenti, non perpendicolari alla linea, che ſarà tirata nell'alluuione per fondamentale: nondimeno è conueniente l'eleggere la linea diuidente perpendicolare, eſſendo ch'ella ſoprauanza d'eccellenza ogni altra linea retta; perche, come è manifeſto ad ogn'vno mediocremente verſato ne gli elementi d'Euclide, che volendo ſapere la quantità di qual ſi voglia ſuperficie rettilinea, biſogna hauere notitia della perpendicolare, della quale inuentore è ſtato Onopide ſecondo Proclo Diadoco, e da lui vien detta Gnomon, & io credo, che per queſto medeſimo riſpetto Vitruuio habbia nominata la ſeconda parte principale dell'Architettura Gnomonica: perche è coſa drizzata in ſquadro, e non ſolo la piglia per gli horologi ne i piani, ma ancho per le mura, ò pareti, che gli vogliamo chiamare. Ma che diremo noi di Pitagora, il quale offerſe cento Buoi in ſacrificio per l'inuentione dello ſquadro, cioè di due linee rette, che l'vna ſtia perpendicolare all'altra? Ma ſe voleſsimo narrare le qualità, & proprietà, che naſcono dalle perpendicolari, non baſtarebbe vn volume intiero. E ſe la legge dice anch'ella, che le linee ſiano per dritto tirate al fiume, & all'iſola, perche non debbiamo anchor noi maggiormente eleggere la perpendicolare, eſſendo ancho mente di Bartolo, il quale lo dice eſpreſſamente nella ſeſta figura, che le linee diuidenti ſiano perpendicolari, ſe bene poi nella ottaua, nona, decima, vndecima, decimaſeconda, decimaterza, decimaſettima, decimaottaua, decimanona, & vigeſima figura da principio alla diuiſione con linee tranſuerſali, & nella fine rieſce pure con linee perpendicolari; Ma come accidentalmente, percioche poteua accadere, che la ripa del fiume non foſſe ſtata lontana de i confini de' campi, & che iui foſſe biſognato ſeruirſi della perpendicolare; ſe adunque queſto è il propoſito noſtro, che debbiamo altro ricercare? Concluderemo adunque, che la perpendicolare ſi può tirare in due maniere, ò da vn punto dato fuori della linea retta, ouero da vn punto dato in eſſa; & è impoſsibile prouare, ch'ella ſia perpendicolare, ſe non ſi ſega la linea retta in due parti vguali; per queſto ci potranno baſtare le tre ſeguenti propoſitioni.

PROPOSTA PRIMA.

Poſsiamo ſegare vna linea retta terminata, in due parti vguali.

Propoſ. 10. del 1. d'Euc.



Sia la data retta Linea terminata A B, la quale biſogni ſegare in due parti vguali, pigliſi qual ſi voglia punto D. Dapoi facciaſi la B E vguale alla A D, & ſopra la D E conſtituiſcaſi il triangolo equilatero D F E, & l'angolo D F E diuidaſi per mezo dalla linea F C, la quale, dico anchora, che diuide la linea A B in due parti vguali nel punto C; percioche la D F è vguale alla E F & la F C è commune. Sarà anchora per la conſtruttione la D C vguale alla C E: dunque il triangolo D F C è vguale al triangolo E F C, perche hanno i lati, & gli angoli vguali, & anchora B F è fatto vguale alla A D. Se alla D C ſi aggiunge la A D & alla C E la E B, ſarà per conſeguenza la A C vguale alla C B: Onde la Linea retta terminata A B, è ſegata per mezo nel punto C, come faceua di biſogno.

Cap. 4. 3. propoſ. di queſto. 1. del mede.

4. del mede.

Cap. 3. Per la 6. Digni.

I I.

Poſsiamo da vna linea retta data cauare vna perpendicolare da vn punto dato in quella.

Propoſ. 11. del 1. d'Euc.

Sia la data retta linea A B, & il punto in quella dato C, & biſogni del punto C cauare vna perpendicolare all'A B, pigliſi nell'A C il punto D, & tagliſi la C E vguale alla D C, & ſopra la D E, conſtituiſcaſi il triangolo equilatero D F E, & dal F al

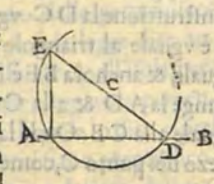
Per la 3. del 4. Capo. 1. del medeſ.

C tirisi la linea retta F C, la quale dico essere la perpendicolare, sopra della A B, percioche i due lati D C, & C F del triangolo D C F sono vguali à i due E C, & C F del triangolo E C F per la precedente. Dunque se la D C è vguale alla E C, & la F C commune, seguitarà, che la base D F del triangolo D F C sarà vguale alla base E F del triangolo E F C. Adunque li due triangoli D F C, & E F C sono vguali: Di più, se il triangolo D F E è vguale alli due triangoli D C F, & E C F la linea C F lo segarà per mezo, & farà, che gli angoli D C F, & E C F saranno vguali; & essendo vguali sarà similmente la linea C F perpendicolare sopra la A B. Adunque nella linea retta A B data, & dal punto C in essa, si è cauata la linea perpendicolare C F, che ciò bisognaua.

Per la 6. Digni. Cap. 3.

Per la 12. Diffinit. del 1. Cap.

Io non posso mancare di ponere anchora qui vn modo assai facile per cauare vna perpendicolare, tratto dalla 31. Propositione del terzo d'Euclide.



Sia di nuouo la data retta linea A B, & che noi vogliamo cauare vna perpendicolare da vn punto dato in essa, & sia per hora nell'estremo A; piglisi il punto C fuori della linea A B, purche non conuenga con essa A B, & in detto punto C pongasi il compasso, & secondo l'interuallo C A descriuasi il cerchio E A D, il quale segherà la linea A B nel punto D, e da esso punto D tirisi la linea D C fino à tanto, che seghi il cerchio nel punto E. Dopoi da E in A tirisi la linea E A, la quale dico essere la perpendicolare sopra della linea A B. La ragione di questo vien dimostrata nella 31. Propositione del 3. Lib. d'Euclide, che l'angolo E A D è retto, essendo nel mezo cerchio; Adunque la linea E A, cade drittamente sopra la linea A B.

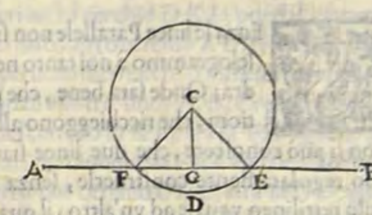
3. Diman. del 2. Cap.

III.

12. Propositione del 1. d'Euclide.

Sopra vna data retta linea infinita, & da vn punto dato fuor di essa, possiamo tirare vna linea retta perpendicolare.

siamo



Sia la data retta linea infinita A B, il dato punto C, che non è in essa, bisogna tirare vna linea retta perpendicolare, pigliasi dell'altra parte della linea A B, qual si voglia punto D, & dal centro C con l'interuallo C D descriuasi il cerchio E D F, il quale seghi la linea A B, nelli due punti E, & F, poi per la prima propositione di questo capo segasi la linea E F in due parti vguali nel punto G, & tirisi la C G, la quale dico esser perpendicolare sopra la A B, tirata dal punto C fuori di essa A B, percioche congiungasi la C E, & la C F, saranno li due lati F G, C G del triangolo F G C, vguali alli due lati E G, & G C del triangolo E G C, & l'vno, & l'altro all'vno, & all'altro: Per la construtione adunque la base C F sarà vguale alla base C E: Onde li due triangoli F G C, E G C saranno vguali, perche gl'angoli constituiti in base vguali, & compresi da i lati vguali, sono vguali; ma quando dunque la linea retta stando sopra vna linea retta fa gli angoli l'vno dopò l'altro vguali, saranno retti: onde la linea C G sarà perpendicolare alla linea A B. Adunque sopra la data retta linea A B, dal punto C fuor di quella si è tirata la linea C G perpendicolare, come bisognaua.

Per la Dim. 3. del 2. Ca.

Per la 6. Dignità del 3. Capo.

12. Diffini. del 1. Capo.

Delle

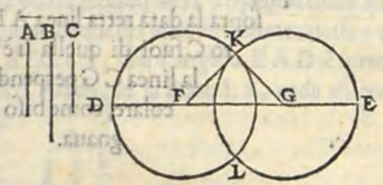
Delle Propositioni delle linee Parallele. Cap. VI.

SEnza le linee Parallele non si può constituire il Parallelogrammo à noi tanto necessario, quanto poi si vedrà; Onde sarà bene, che poniamo quelle Propositioni, che ricchieggono alla loro cognitione, perche non si può conoscere, che due linee siano Parallele, nè ancho si può regolatamente construerle, senza la construttione d'vn'angolo rettilineo vguale ad vn'altro, il quale ricerca la construttione del triangolo da tre linee date; Noi però habbiamo elette queste tre Propositioni.

PROPOSTA PRIMA.

22. Proposi. del 1. d'Euc.

Da tre linee rette, che siano vguali à tre rette linee date, possiamo constituire vn triangolo; ma bisogna, che due di quelle, prese in qual si voglia modo, siano maggiori della rimanente.



Siano le tre linee date A, B, C; le quali siano prese due di quelle, in qual si voglia modo, pur che siano maggiori della rimanente, cioè che l'A, e B, siano maggiori, che la C, & la A, & C, siano maggiori, che la B, & anchora la B, e A sia maggiore, che la A. Onde bisogni da tre linee rette vguali all'A

B, C constituire vn triangolo: proponghisi la linea retta D E, terminata nel punto D; ma infinita verso E; & la D F vguale all'A, & la F G vguale alla B, & la G E vguale alla C, & dal centro F, con l'interuallo F D, descriuasi il cerchio D K L, poi dal centro G con l'interuallo G E, descriuasi l'altro cerchio K L E; in oltre giunghinsi la F K, & la K G; perilche dico essersi constituito il triangolo K F G, che hà i lati vguali alle tre linee A, B, C; percioche, essendo il punto F centro del cerchio D K L, sarà la F D vguale alla K F; ma la F D è vguale all'A: Dunque la F K è vguale alla medesima A; di più, se G è centro del cerchio L K E, sarà la G E vguale alla G K: ma la G E è vguale alla C, dunque G K è vguale alla C. La F G fù fatta vguale alla B; però le tre linee rette K F, F G, & G K sono vguali alle trè A, B, & C. Onde viene constituito il triangolo F G K si come bisognaua.

3. Proposit. 4. Cap.
3. Diman. 2. Cap.
1. Diman.
Per la 15. Diffi. 1. Cap.

I I.

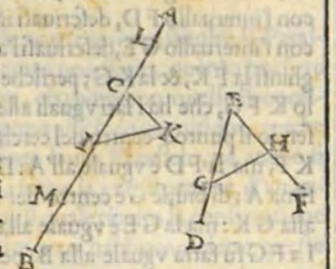
23. Propositione 1. del primo d'Eu.

Data vna linea retta, & vn punto dato in quella, possiamo constituire vn angolo rettilineo, vguale ad vn altro angolo dato.

Sia la data retta linea A B, & il punto dato in essa C, & l'angolo rettilineo dato D E F; bisogna dunque alla data retta linea A B, nel punto C, constituire vn'angolo vguale all'angolo D E F; piglisi nelle due linee D E, F E, li due punti, come si vogliono G, & H, & tirisi la G H, da poi constituiscasi il triangolo C I K, il quale habbia li tre lati vguali alle tre linnee G E, G H, H E; il che si farà

Per la 1. di questo capo.

facilmente; perche pigliaremo la C I, vguale alla E G, la C L vguale alla E H, & la I M vguale alla G H, dopoi per li centri C, & I, secondo gl'interualli C L, & I M, si descriueranno i cerchi, i quali se segaranno nel punto K, & si farà il triangolo I C K, vguale al triangolo G E H, per la precedente propositione. Però dico, che l'angolo I C K è vguale all'angolo D E F; percioche li due lati C I, C K, sono vguali alli due lati G E, E H, & l'vno, e l'altro all'vno, & all'altro: Onde la base I K, è vguale alla base G H;



adunque per la construtione, se li due triangoli I C K, G E H, de i quali i due lati dell'vno siano vguali alli due lati dell'altro corelatiui, & la base dell'vno alla base dell'altro; gli angoli compresi de' lati vguali, saranno vguali. Là onde sendo li due lati I C, K C, del triangolo I C K, vguali alli due lati G E, H E, l'angolo compreso I C K, è vguale all'angolo G E H. Adunque alla, data rettalinea A B, nel punto C, habbiamo constituito l'angolo C, vguale all'angolo E datò, come conueniua. *6. Dignit. 3. Cap.*

Perche molte volte occorre il sudetto problema nelle operationi Geometriche, & ancho nelle Geodiche; sarà bene il mostrarlo di pratica con vn modo facile, con il quale si constituisce la propositione seguente.

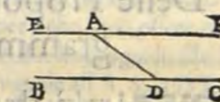
Sia di nouo la linea A B, & il punto in essa C, e l'angolo D E F dato con il compasso, si farà centro nel punto E, e descriuasi l'arco G H; poi con la medesima apertura porremo il centro nel punto C, e girisi l'arco I K, dopoi facciasi il detto arco I K, vguale all'arco G H, e tirisi la linea retta K C, & sarà fatto l'angolo I C K, vguale all'angolo E

E H; perche, tirando la linea retta I K sarà vguale à quella tirata dalla G H, & così saranno fatti li due triangoli I C K, G E H, vguali. Adunque quei triangoli, che sono de' lati vguali, hanno anchora gli angoli vguali per la soprascritta propositione; Onde l'angolo C, sarà vguale all'angolo E, come si propose.

I I I.

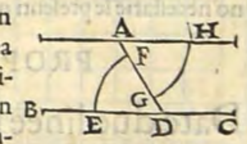
Da vn punto dato, possiamo tirare vna linea equidistante ad vna linea retta data. *31. Propositione del 1. d'Euclide.*

Sia il dato punto A, & la data retta linea B C, & bisogni per lo punto A tirare vna linea equidistante alla B C, piglisi nella B C; qual si voglia punto D, & tirisi la linea A D, dopoi facciasi l'angolo D A F vguale all'angolo A D B, & prolunghisi per diritto la linea retta F A per fin in E, la quale, dico essere equidistante alla linea B C, & essere tirato per il punto A. Percioche la linea retta A D cadendo sopra le due linee rette B C fà gli angoli alterni E A D, & A D C vguali per la 29. Propositione del primo d'Euclide: Onde saranno le due linee E F, & B C, equidistanti; Adunque per il punto A dato si è tirata la linea E F equidistante alla B C, il che bisognaua fare. *Cap. 2. 1. Diman.* *Per l'antecedente.*



Vn altro modo di prattica per tirare le linee parallelo molto vtile.

Di nouo sia la linea retta B C: se dal punto A fuori di essa vogliam tirare vna linea equidistante, che passi per il punto A; tirisi la linea A D: dopoi facciasi centro, con il piede immobile del compasso, nel pun-



to D (ma auertiſcaſi, che l'interuallo non ſia maggiore, che la A D, perche ne ſeguirebbe, che la linea, che ſi vuol tirare non paſſaria per il punto A) &, ſecondo l'interuallo D E, deſcriuaſi l'arco E F, &, con il medeſimo interuallo, pongaſi il centro nel punto A, e deſcriuaſi l'arco G H, & ſecondo l'arco E F, ſeghiſi l'arco G N, e per il punto A, & H, tiriſi la linea A H, che ſarà equidiſtante alla B C; perche l'angolo E D F è vguale all'angolo G A H, & queſto è aperto, per la prattica della ſeconda propoſitione di queſto capo.

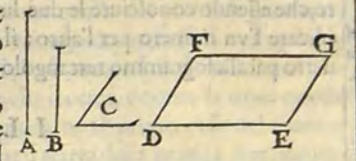
Si deue ſapere, che queſta, & la pratica antecedente ſono le più vniuerſali, che ſiano poſte da Euclide; Onde ſi dourebbono mandare à memoria; perche concorrono in qual ſi voglia ſorte di due delineationi ſimili.

Delle Propoſitioni del Parallelogrammo. Cap. VII.

SI vedrà, che non poſsiamo fare la diuiſione ſenza il mezo d'vna figura nota; ſendo ancho queſta conditione generale del noſtro intelletto diſcorſiuo, che non ſi può venire in cognitione d'alcuna coſa ignota, ſenza il mezo di vna nota; & queſta figura nota, tanto neceſſaria à noi, non è altro, che il parallelogrammo, vguale ad vn rettilineo noto, il quale non ſi puo conſtituire, ſe non applicando, à vna linea retta data, vn parallelogrammo vguale ad vn triangolo: nè queſto ſi può fare, ſe non diſſegnando vna ſuperficie de' lati equidiſtanti in vn angolo dato, che ſia vguale ad vn triangolo, nè queſto ſi può fare, ſe prima non ſi fà vna figura quadrangola de lati oppoſti paralleli, da due linee date, & vn angolo; Adunque ſaranno neceſſarie le preſenti quattro Propoſitioni.

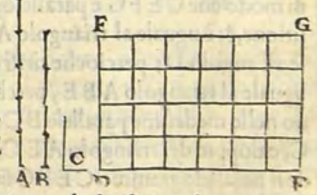
PROPOSTA PRIMA.

Date due linee rette, poſsiamo, con due altre linee rette vguali à quelle, conſtituire vn parallelogrammo in vn angolo, vguale ad vn angolo dato.



Siano le date rette linee A & B, & l'angolo rettilineo dato C, & biſogni, cō due linee rette, le quali ſiano vguali all'A, & B, in vn angolo vguale all'angolo C, conſtituire il parallelogrammo: proponghiſi la linea retta D E, la quale ſia vguale all'A: onde nella linea retta D E, & nel punto D dato in eſſa conſtituiſcaſi l'angolo E D F vguale all'angolo C: di modo che la F D ſia vguale alla B. Dopoi per la F tiriſi la F G parallela alla D E, & per E, tiriſi la E G parallela alla D F; per il che dico eſſere conſtituito il parallelogrammo F D E G, con due linee vguale alle due linee date; percioche la linea D E è fatta vguale all'A, & la D F alla B, & l'angolo E D F vguale alla C, & che la linea E G, è parallela alla D F, & la linea F G alla D E, & l'vn'e l'altra, all'vna, e l'altra; Onde la figura D F G E, è parallelogrammo per la 29. Diffinitione. Adunque da due linee date, & vn angolo habbiamo conſtituito il parallelogrammo D E G F, con l'angolo E D F, vguale all'angolo C, & le due linee D E, & D F, vguali alle due A & B, come biſognaua.

2. propoſit. 6. Cap. 3. Propoſi. del mede.



Et è da ſapere, che ſe le due linee date ſaranno note, & l'angolo anchora ſia retto, il parallelogrammo ſarà noto; come ſaria per eſſempio, che la linea A, foſſe 6. piedi, & la B 4. piedi, & l'angolo C retto; la ſuperficie F D E G rettangola, ſarà 24. piedi ſuperficiali, perche ſe noi ne imaginiamo, le due linee, che comprendono l'angolo retto,cioè, che l'vna ſtia perpendicolare all'altra,come nel parallelogrammo F D E G, & che l'vna ſi moua per trauerſo, & l'altra per il dritto, ſin tanto,che l'vna finiſca lo ſpatio dell'altra;allhora ſarà compito il detto parallelogrammo rettangolo,che comprende la ſuperficie di 24. piedi quadrati,che altro nõ vuol dire,che eſſendo conoſciute le due linee per numeri: ſi può multiplicare l'vn numero per l'altro; il qual produca la quantità del detto parallelogrammo rettangolo.

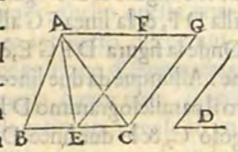
Euclide nel 2. libro alla 1. Diffinitio.

I I.

Propoſi. 42. del 1. d'Euc.

Dato vn triangolo, poſsiamo conſtituire vn parallelogrammo, à eſſo vguale, il quale habbia vn angolo vguale ad un angolo dato,

Sia il dato triangolo A B C, & il dato angolo rettilineo D, & biſogni conſtituire il parallelogrammo vguale al triangolo A B C,il quale habbia un angolo vguale all'angolo D.Diuidaſi l'vn de i lati B C in due parti vguali nel punto E: dopoi nel detto punto E conſtituiſcaſi l'angolo C E F vguale all'angolo D, & per A tiriſi la A G parallela alla E C, & per C tirarſi la linea C G parallela alla E F; di modo che C E F G è parallelogrammo,per la precedente propoſitione,& è uguale al triangolo A B C, & hà l'angolo C E F, uguale all'angolo D; percioche tiriſi la linea A E, il triangolo A E C è uguale al triangolo A B E, perche la B E, e uguale alla E C, & ſono nelle medeſime parallele B C A G. Adunque il triangolo A B C, e doppio del triangolo A E C; poiche B C è doppio di E C: onde il parallelogrammo C E F G ſarà doppio del medeſimo triangolo A E C,perche hà la medeſima baſe, & è nelle medeſime paral



1. propo. del 5. Cap. di queſto.
2. propo. del 6. Cap.
38. Propoſi. del 1. d'Euc.
7. Dimanda del 2. Cap.

le. Adunque il parallelogrammo C E F G, è vguale al triangolo A B C: & l'angolo C E F vguale al dato angolo D, & l'habbiamo conſtituito come ſi richiedeua.

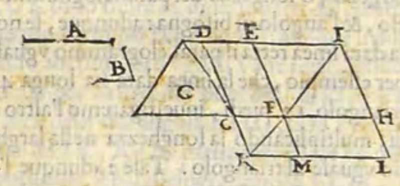
Se nel triangolo, ſarà nota la perpendicolare, ouero la equidiſtanza delle due linee, & la baſe per numeri, l'area di detto triangolo ſarà nota,& per conſequenza quella del parallelogrammo, ſendo però fatto vguale à detto triangolo,perche,ſe ſi multiplica la perpendicolare nella metà della baſe, ouero la baſe nella metà della perpendicolare,ſi hà quello,che ſi cerca, e come ſi troui queſta perpendicolare riſeruiamo ragionarne al primo caſo nel ſettimo Capo,del quinto trattato; Oue ſi tratta della pratica Agrimenſoria nella diuiſione d'vna Alluuione di due ripe.

I I I.

Ad vna data rettalinea poſsiamo applicare vn parallelogrammo vguale ad vn triangolo dato, il quale habbia vn angolo vguale ad vn angolo dato.

44. Propoſitione del primo d'Euc.

Sia la data retta linea A, & l'angolo B, & il triangolo C, biſogna applicare alla data retta linea A vn parallelogrammo vguale al triangolo C, il quale habbia vn'angolo vguale all'angolo B dato. Conſtituiſcaſi il parallelogrammo G E F D vguale al triangolo C, il quale habbia l'angolo G F E vguale all'angolo B dato; produchiſi la linea G F fin in H, talmente che la F H, ſia fatta vguale alla linea retta A data,& per H tiriſi la H I, equidiſtante alla F E prolongata in L, & ſimilmente ſia tirata da D I, paſſando per E parallela alla G H, do-



Per la precedente.
3. Propoſit. del 6. Cap.

poi tirisi I K sin tanto, che concorra con la D G, protratta in K, & per il punto K, tirisi la K L equidistante alla G H, segando la E F, allungata in M. Dico, che il parallelogrammo F M L H, il quale hà il lato F H vguale alla linea A data, essere quello, il quale si cerca; percioche l'angolo M F H, è fatto vguale all'angolo B dato, & per conseguenza all'angolo M F G, perche è manifesto per la x v. propositione del primo d'Euclide; che, se due linee rette si segano fra loro, fanno gli angoli contra posti vguali: Adunque se il parallelogrammo M F H L è suplemento del parallelogrammo D K L-
2. Cap. 7. Dimanda I, il parallelogrammo D G F E, parimente sarà suplemento del parallelogremmo D K L I: Onde si è domandato, che li suplementi in ogni parallelogrammo siano vguali: adunque, li suplementi M F H L, D G F E del parallelogrammo D K L I son frà loro vguali, poiche il parallelogrammo D G FE fù fatto vguale al triangolo C, & la linea F H vguale alla A, habbiamo noi dunque alla linea F H applicato il parallelogrammo F M I H vguale al parallelogrammo F E D G, & per consequenza al triangolo C dato, il quale hà l'angolo M F H, vguale allangolo B, come bisognaua.

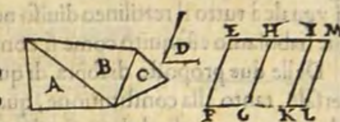
I Pitagorici dicono, che tre cose conuengono à questo Problema, cioè la linea data, il triangolo, & l'angolo. La linea data è largezza, ò longezza del parallelogrammo, il Triangolo è lo spatio, & l'angolo ui bisogna: adunque, se noi vorremo applicare alla data linea retta il parallelogrammo vguale al triangolo porremo per essempio, che la linea data sia longa 4. piedi, e lo spatio del triangolo 12. piedi, inuestigaremo l'altro lato, il quale sarà 3. piedi, multiplicando la longhezza nella larghezza, haueremo vn spatio vguale al triangolo. Tale è adunque l'applicare vn parallelogrammo ad vna linea terminata, & questo lo dice Proclo al com. decimottauo.

I I I I.

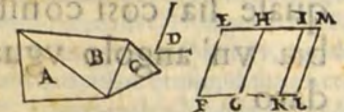
45. dei primo d'Eucl.

Posſiamo constituire vn parallelogrammo uguale ad un dato rettilineo, il

quale sia così constituito, che habbia vn' angolo vguale ad vn' angolo dato.



Sia il dato rettilineo A B C, & il dato angolo D, & bisogni constituire vn parallelogrammo vguale al rettilineo A B C, il quale habbia vn angolo vguale all'angolo D, risoluasi dunque il rettilineo nelli triangoli A B C. Dopoi constituiscasi il parallelogrammo E F G H vguale al triangolo A, il quale habbia l'angolo G F E vguale all'angolo D. Per la seconda propositione di questo capo, & anchora sopra alla linea G H applichisi il parallelogrammo H G K I vguale al triangolo B per la precedēte propositione, & habbia l'angolo H G K uguale all'angolo D, & così ordinatamente il parallelogrammo I K L M uguale al triangolo C, & più oltra si procederia, se più triangoli fossero nel rettilineo. Dico adunque, che il parallelogrammo totale E F L M è vguale al rettilineo A B C: percioche li dui angoli F G H, H G K sono uguali à due retti, perche le due linee G F, G K sono tirate in diuerse parti dal punto G della linea H G, & sono per dritto per la 9. Dignità; adūque li dui angoli G K I, I K L saranno anchor loro vguali à due retti, sendo le due linee G K, K L tirate per dritto dal punto K della linea K I: & il medesimo si dirà delli dui angoli E H G, G H I essere vguali à due retti, & li due H I K, K I M parimente essere vguali à due retti, douendo constituire il parallelogrammo E F L M. Si prouarà ancho, che le due linee E F, G H, che chiudono il parallelogrammo E F G H vguale al triangolo A, sono vguali, & parallele, perche l'angolo F G H è vguale all'angolo F E H, contraposto per la 30. Diffinitione di questo: adunque le due linee E F, G H sono vguali, & parallele, & il medesimo si deue dire della G H, & K I, & inoltre della K I, & L M, poiche il parallelogrammo G H I K è fatto vguale al triangolo B, & il parallelogrammo



KIML, vguale al triangolo C, seguitarà, che tutto il parallelogrammo EFLM, il quale hà l'angolo EFG, vguale all'angolo D dato, sarà vguale à tutto il rettilineo diuiso nelli triangoli A,B,C: Adunque habbiamo essequito come si conueniua.

Delle due proposte di sopra di questo capo, questa è più vniuersale, tanto alla constitutione, quanto all'applicatione de parallelogrammi vguali al dato rettilineo: perche se si darà vn triangolo, ò quadrato, ò alcun'altra figura multilatera per questo problema constituiremo, vn parallelogrammo vguale: conciosia, che ogni rettilineo se risolue in triangoli, & poi constituendo il parallelogrammo vguale ad vno di essi, & adattando i parallelogrammi vguali à gl'altri, alla data retta linea, cioè à quella, alla quale si è fatta la prima adattatione, hauremo il parallelogrammo vguale al retilineo, che è composto di molti triangoli, & sarà fatto quello, che si proponeua, & questo lo scriue Proclo nel comento 19. nel libro quarto.

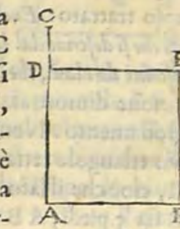
Delle propositioni del Quadrato. Cap. VIII.

PErche habbiamo promesso volerci abbassare tanto in questa opera nostra, col porre vna pratica sensata, la quale ogni mediocremente erudito possa intendere, & essequire questa diuisione, non habbiamo voluto mancare di porre le seguenti due propositioni, vtili principalmente à questo fine, come si vedrà nel quarto Trattato al Cap. vij. l'vna sarà il constituire vn quadrato vguale ad vn rettilineo; percioche in questo stà tutta la forza della pratica; ma perche ciò non si può fare senza descriuere vn Quadrato sopra d'vna linea data, ci la passaremo con queste due Propositioni.

PROPOSTA PRIMA.

Data vna linea retta, possiamo descriuere vn Quadrato.

46. Propositione del primo d'Euc.



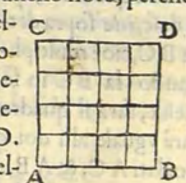
Sia la data rettalinea A B, & bisogni sopra di essa descriuere vn Quadrato; tirisi la A C perpendicolare sopra alla A B; dopoi taglisi la A D vguale alla A B, e per D, tirisi la D E, parallela alla A B, & per B, tirisi la B E, equidistante alla A D. Dico, che la figura A B E D è quadrata; percioche, se l'angolo D A B, è vguale all'angolo A B E, le due linee saranno perpedicolari alla medesima A B per la diffinitione dell'angolo retto; adunque le due linee son parallele; adunque se nella construttione le due linee A D, B E, sono vguali, seguitarà, che la D E, sia vguale alla A B, & parallela ad essa A B; Onde le quattro linee A B, A D, D E, E B sono vguali; & la figura A B E D, è quadrata & rettangola, & habbiamo constituito sopra, la linea A B il Quadrato A E, come bisognaua.

3. Prop. del 5. Cap.

3. prop. del 4. Capo.

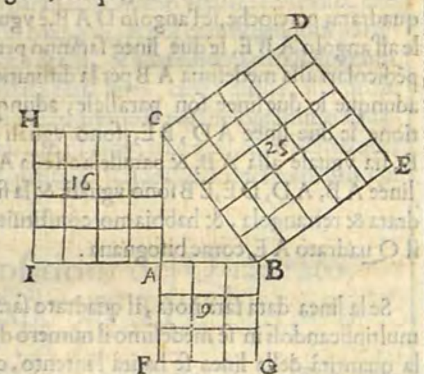
3. proposit. 6. Cap.

5. Diman. 2. Cap.



Se la linea data sarà nota, il quadrato sarà ancho noto, perche, multiplicandosi in se medesimo il numero della quantità della linea se haurà l'intento', come saria, che la linea data A B fosse longa 4. piedi, la quale multiplicata in se stessa farà 16. piedi superficiali, come è nel Quadrato A B C D.

Oltra ciò, si hà da sapere, che molte volte nella pratica della diuisione delle alluuioni occorre, così al Geometra, come allo Agrimensore formar triangoli rettangoli, così nel misurare il terreno di essa alluuione, come ancho per trouare il pũto, oue debba passare la linea diuidẽte, i quali triangoli, per li molti preuilegi, che hanno di sua natura sono, molti frequentati da tutti i Mathematici nelle attioni loro. Hauendo noi nondimeno proposto di volere seruirci di molte cose al proposito nostro per aggiungere al fine desiderato, ci par, che non sia se non bene dire alcune conuenienze, che hanno detti triangoli applicato à questo soggetto delli quadrati per auttorità d'Euclide nella 47. Propositione del primo lib. della quale proprietà diremo hora, accioche ne restiamo più chiari; le altre poi le tratteremo nel quinto trattato. *Euclide, adunque dice. Ne triangoli rettangoli il quadrato che si descriue dal lato sottoposto all'angolo retto, è vguale alli quadrati descritti da i lati, che l'angolo retto contengono.* Onde per essere propositione dimostrata da lui viene ad essere manifesta senza altro ragionamento. Nondimeno porremo noi qui vn'essempio vtile de vn triangolo rettangolo, del quale i lati siano noti come dell' A B C, cioè che il lato B C sia 5. piedi, A B 4. & A B 3. de i quali lati il più longo sarà il B C, perche è opposto al maggiore angolo, che così vien dimostrato da detto Euclide nella 18. propositione del primo. onde il quadrato, che si descriue sopra detta B C, cioè multiplicando la B C in se stessa, farà il quadrato B C D E, de piedi 25 superficiali, il quale sarà vguale alli doi quadrati A C H I, A B G F, descritti sopra li doi lati A C, & A B, ouero multiplicati in se medesimi; perche l'vno è 16. piedi, & l'altro 9. giunti insieme faranno 25. che è il proposito.

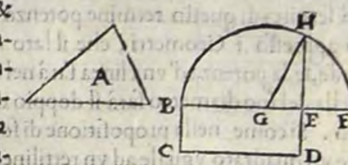


I I.

14. Proposi. del 2.

Posſiamo constituire vn quadrato vguale ad vn rettilieo dato.

Sia il dato rettilineo A, & bisogni descriuere vn quadrato ad ess'A vguale: constituiscasi il parallelogrammo rettangolo BCDE vguale al rettilineò A; ma se'l lato E D sarà vguale al lato B E, s'haurà quel che si cerca, & se B E, è maggiore che D E, prolonghisi la B E in F, ponendo E F, vguale alla E D, e diuidasi la B F in due parti vguali nel punto G, facendo centro nel detto punto G, descriuendo il mezo cerchio B H F, secondo l'interuallo B G. allungando poi la D E per lo dritto sino alla H, segando il mezo cerchio nel punto H. Dico il quadrato descritto della linea E H esser vguale al rettilineo A dato: percioche tirandosi la linea retta G H (perche la linea B F si diuide vgualmente nel punto G, & inegualmente nel punto E) il parallelogrammo B E, in E F, con il quadrato di G E, sarebbe vguale al quadrato di G F, & per conseguenza della G H, per la quinta propositione del secondo d'Euclide. Similmente il quadrato della linea G H, è vguale alli quadrati delle due linee G E, & E H, perche l'vna, e l'altra contengono l'angolo retto G E H: onde cauandosi dall'vno, & dall'altro il quadrato G E, restarà il quadrato E H vguale al parallelogrammo B D. poiche il parallelogrammo B C D E è vguale al rettilineo A, & il quadrato descritto sopra la linea E H è vguale al parallelogrammo B D. Sarà anchora, per la construttione, il quadrato descritto sopra la E H vguale al rettilineo A, ilche bisognaua fare.



4. Proposit. del 7. Cap.

1. Proposit. del 5. Cap.
3. Dimand a del 2. Cap.

Per la notatione di sop.

COROLLARIO.

Dalle cose dette è chiaro; che, se il rettilineo dato sarà noto, il parallelogrammo sarà ancho noto, & per consequenza il quadrato. Si potrebbono dire qua alcune cose appartenenti alla trasmutatione delle figure rettilinee, ma le riseruaremo, come à miglior luogo nella terza propoſitione del 5. Capo del quarto Trattato.

Euclide nel 10. Libro.

E' da notare che alcuna volta nelle coſe, che ſeguitano ci occorrerà ſeruirci di queſto termine potenza, la quale non vuol dire altro appreſſo i Geometri, che il lato d'vna ſuperficie quadrata. Onde, ſe la potenza d'vna linea ſarà nel lato d'vna figura quadrata, quella del ſuo diametro ſarà il doppio del quadrato de ciaſcun ſuo lato. Si come nella propoſitione di ſopra, quando ſi dimanda di fare vn quadrato vguale ad vn rettilineo non è altro, che dimandare di trouare il lato potente del rettilineo A, il qual è la linea H E. Et ſe hora non ci ſiamo ſeruiti di detti termini potenza, & potente, è ſtato perche ſi è dimoſtrata la propoſitione per mezo d'Euclide, il quale, per anchora non hauendo nel ſecondo Libro trattato delle quantità irrationali, non poteua ancho ſeruirſi di queſto termine; che ſi conoſce poi nel Libro decimo, & noi ſeguitando il ſuo ſtile ne daremo notitia nel terzo Trattato, oue ſi tratta della proportione irrationale; & con queſto ſi porrà fine al preſente Trattato.

Per le ragioni dette nella notatione della propoſitiõe di quello.

Il Fine del ſecondo Trattato.

MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI, DA QVELLO DI BARTOLO, ET DA GLI AGRIMENSORI DIVERSO,

Di Carlo Carazzi, detto il Cremona.

TRATTATO III.

Della diffinitione delle propoſitioni, & delle loro diuiſioni.

Cap. I.

SEgue in queſto terzo Trattato il ragionamento delle proportioni, coſa tanto vnita alla quantità, che ſenza la cognition loro non ſi potrebbono diuidere l'Alluuioni. Si hà da ſapere adũque, che in due maniere ſono conſiderate dalli Filoſofi, l'vna communemente detta, che è habitudine di due coſe inſieme comparate l'vna all'altra, in alcun termine vniuoco, della quale ſi laſciarà di ragionare; ſi per eſſere conſideratione, che conuiene à Filoſofi, ſi ancho, perche ci pare, che à ſufficienza n'habbia detto in vn trattato il grande Alberto di Saſſonia, & più ampiamento l'Eccellentiſsimo Dottore il Signore Benedetto Vittorio Faentino comentatore di detto Alberto: l'altra, la quale è propriamente detta, comprende tre generi principali, che conſiſtono intorno alla quantità; come Geometria, Aritmetica, & Harmonica. Nondimeno per eſſere dottrina tratta da Euclide, il quale considera à pieno tutte le scienze Mathematiche, solo della Geometrica ragionaremo, come quella, la quale habbiamo detto conuenirsi al giusto distributiuo, nel compartire le cose, che gli vengono poste innanzi; & noi, douendo trattare della diuisione dell'alluuioni, diremo (conforme alla diffinitione del quinto lib. d'Euclide) quello che sia questa proportione.

2. cap. del primo tratt.

La proportione adunque è il rispetto, ò comparatione, che si troua tra due quantità d'vn medesimo genere, quando sono paragonate nelle quantitadi.

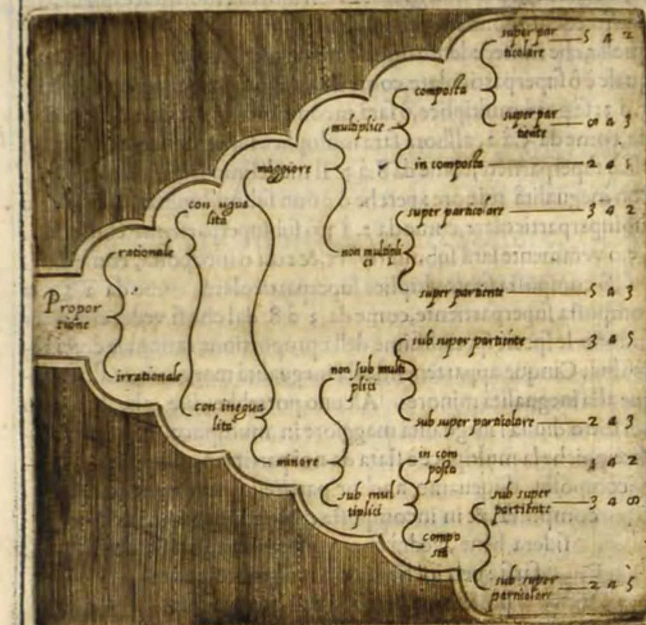
Quelle quantità si chiamano in questa materia del medesimo genere, che sono tali, che la minore di quelle multiplicata possa eccedere la maggiore; & perche la linea per più che si multiplica, non può eccedere la superficie, nè la superficie per più, che si multiplichi non può eccedere il corpo: però si trouerà proportione fra due linee d'vna stessa qualità, & il medesimo infra qual si voglia due corpi, & frà qual si voglia due superficie: pur che la minore, ò il minor delle due, per più che si multiplichi possa eccedere il maggiore, & questo nelli numeri chiaro si vede: perche qualunque numero, per picciolo ch'egli si sia, si può multiplicare di sorte, che eccederà il maggiore, che sia proposto à noi; & questo basta circa alla vniuersale diffinitione, però passaremo alla diuisione.

Diuisi. della propositione

Il Genere generalissimo delle Proportioni Geometriche, si diuide nelle sue prime differenze, in proportione irrationale, & proportione rationale, la irrationale è come da radice 10. à 4. la rationale è sotto diuisa: percioche altra è rationale con vgualità, altra è rationale con inegualità. quella che è con vgualità, è come da 3 à 3: ma quella, ch'è rationale cō inegualità, hà due differenze; percioche alcuna è con inegualità maggiore, & alcuna con inegualità minore; quella che è con inegualità maggiore, è quādo l'antecedente è maggiore del conseguente, come da 7 à 3, & per l'opposito, quando

l'antecedente è minore del conseguente, come è da 3 à 7 si dimanda con inegualità minore, Ma quella, che è con inegualità maggiore, ò è multiplice, ò non multiplice: si dimāda multiplice quella, che l'antecedente contiene più volte il conseguente; & non multiplice quella, che l'antecedente non contiene il conseguente più volte; la quale è ò superparticolare, come da 3 à 2, ò superpartiente, come da 5. à 3: se poi è multiplice, ò sarà incomposta, come da 2. à 1. ò cōposta, come da 5. à 2, allhora sarà multiplice superparticolare, ò multiplice superpartiēte, come da 8. à 3. Il medesimo si dirà di quella, ch'è con inegualità minore: perche ò è non submultiplice, & così sarà subsuperparticolare, come da 2. à 3. ò subsuperpartiente, come da 3. à 5. ò veramente sarà submultiplice, & così ò incōposta, come da 1. à 2, ò composta submultiplice superparticolare, come da 2. à 5. ò composta superpartiente, come da 3. à 8: dal che si vede, che dieci saranno le specie specialissime della proportione rationale con inegualità; Cinque appartenenti alla inegualità maggiore, & altre cinque alla inegualità minore. Alcuno potrebbe dire, che, hauendo noi sotto diuisa l'inegualità maggiore in multiplice, & non multiplice; poiche la multiplice è stata da noi partita in composta, & in incomposta, doueuamo anchor partire la non multiplice in composta, & in incomposta: Nondimeno chi considera bene, vedrà che questo è impossibile da farsi: percioche la non multiplice incomposta non sarebbe più inegualità; ma verrebbe ad essere con la proportione rationale, che con l'vgualità si ritroua, come da 3. à 3. ouero da 2. à 2.

ARBORO DELLA PROPORTIONE GEOMETRICA.



Della Proportione irrationale. Cap. II.

LA proportione irrationale non si può diuidere in proportione con vgualità; perche, se fosse vguale la irrationalità sua, non sarebbe irrationale: essendo che l'vno, e l'altro termine si coterrebbe per l'vnità; la quale è quantità rationale, & non potendo riceuere questa diuisione con vgualità, possiamo dire assolutamente, che non riceuerà la di-

uisione dell'altre specie, come interuiene nella rationale. Nondimeno potremo ben dire, che infra le irrationali alcune si ritrouano, che sono communicanti, ouero commensurabili; ma molte più sono quelle, che sono incommunicanti, ouero incommensurabili. Le communicanti, ò commensurabili dunque sono quelle quantitadi, le quali hanno parte aliquota commune frà esse quantitadi; ouero son tali, che la minore è parte aliquota della maggiore. 3. Diffin. del x. d'Eucl. Parte aliquota addimandano i Mathematici quella quantità, la quale, sendo presa, ouero multiplicata vn numero di volte, restituisce il suo tutto, del quale ella è parte, com'è l'vnità rispetto à tutto il numero, & com'è il 2. rispetto al 4. & il 6. al 12. Per questa causa dunque la metà di qualunque numero, ò il terzo, ò il quarto, ò il quinto, oueramente tutte le altre parti si domandano parte aliquote; così che essendo à noi proposte due quantitadi, se trouaremo, che quelle habbino vna medesima quantità per parte aliquota, ò che l'vna di quelle sia parte aliquota dell'altra; diremo, che la proportione, che si truoua infra quelle è rationale, così della maggiore, come della minore inegualità. Essempio; la proportione, che è frà 6. & 8. li quali numeri hanno per parte aliquota il numero 2; perche il numero 2 è il terzo di 6. & il quarto di 8. Di sopra habbiamo detto, che l'vnità è parte aliquota di tutti i numeri; per questa causa le proportioni, che si troueranno infra li numeri sono rationali, & la medesima vnità con tutti i numeri hauerà proportione. Però l'altre quantitadi, che non hanno parte aliquota commune, nè vna è parte aliquota dell'altra, sono irrationali, com'è il diametro del quadrato al suo lato. Perche niuna parte aliquota del diametro non sarà parte aliquota del lato, per più diuisioni, che ci imaginiamo in queste due quantitadi. Dunque non sarà, per quel, che habbiamo detto, proportione frà il diametro del quadrato ad vno de' suoi lati: onde è da notare, che questo non viene per difetto di scienza humana, com'è la quadratura del circolo: ma perche repugna alla natura del lato l'hauere parte aliquota, la quale sia commune al detto lato: per la qual causa si chiama incommensurabile alla sua costa. Come saria per essempio, che se il lato d'vn quadrato sarà tre piedi, per con ſeguenza l'area ſua ſuperficiale ſarà 9. La longhezza del ſuo diametro ſarà radice quadra 18 (così gli vien detto da gli Aritmetici) ſopra del quale ſe ſarà deſcritto vn quadrato, ſarà la quantità ſua ſuperficiale piedi 18; e perche il numero 18 non hà numero in ſe, il quale moltiplicato in ſe ſteſſo conſtituiſca detto numero 18, per queſto il Diametro non hà parte aliquota con il lato; ma il numero 9. hà il 3; che multiplicato in ſe medeſimo fa il 9. e per ciò la ſuperficie di 9. piedi quadrati hà parte aliquota con il ſuo lato longo 3. piedi. dunque il lato 3. non potrà eſſere commenſurabile col ſuo diametro, il quale è rad. 18. perche egli ſarà rationale, ma il diametro irrationale ſi potria ben dire, che foſſe in potenza commenſurabile; percioche la linea di lunghezza 3. piedi hà potenza di produrre il quadrato di 9. piedi ſuperficiali, e la linea di longhezza di piedi radici 18, hà potenza di produre il quadrato, che comprende 18 piedi quadrati, e perche trà il numero 9, e 18 la proportione è rationale; Si come trà il quadrato 18, & il quadrato 9 è commenſurabilità in atto, così trà la linea di tre piedi, & quella di piedi radice 18. ſarà commenſurabilità in potenza per la nona propoſitione del x. d'Euclide. Et di queſte quantitadi, che non hanno proportione, ne potremo aſsignare quante vorremo. Però frà le radici ſorde, cioè i lati de' numeri non quadrati, in alcuni ſe gli trouerà proportione rationale, quando habbino proportione frà loro, come da numero quadrato à numero quadrato per la detta 9. propoſitione d'Euclide. Diremo adunque per eſſempio, che radice 3. e rad. 12. hanno proportione rationale, perche, partendo l'vna per l'altra, l'auenimento ſarà numero quadrato; & anchora ſe multiplicando l'vna per l'altra, il prodotto ſarà numero quadrato: adunque la proportione è rationale, e la rad. 3. è la metà di rad. 12. & rad. 12. è la metà di rad. 48; & ſe vorremo anchora trouare la terza parte d'alcune di queſte quantità denominata da numero infra le radice ſorde, ſe haurà in queſte tre quantitadi rad. 3. rad. 27. & rad. 243, le quali frà loro hanno la proportione, come da numero à numero, cioè la rad. 3 è la terza parte di rad. 27, & la rad. 27. è la terza parte di rad. 243, & così in molti altri ſi trouerà la proportione eſſere rationale.

Della proportione della maggiore, & minore inegualita. Cap. III.

LA Proportione della maggiore inegualità hà cinque ſpecie, ouero generi. La prima è non multiplice ſuperparticolare, l'altra non multiplice ſuperpartiente, la terza multiplice incompoſta, la quarta multiplice compoſta ſuperparticolare, e l'vltima multiplice compoſta ſuperpartiente. *1. Specie.* La proportione adunque non multiplice ſuperparticolare è, quando il maggior termine contiene il minore vna volta, & vna ſol parte aliquota d'eſſa minore; & queſta hà molte ſpecie; perche, ſe hà la metà per parte aliquota, ſi chiama ſeſquialtera, la quale è da 3. à 2, & da 6. à 4, e da 15. à 10, & da radice 18. à rad. 8, & da rad. 27. à rad. 12. Ma ſe la parte aliquota ſarà vn, & vn terzo, ſi chiamerà ſeſquiterza, come ſaria da 4 à 3, da 8 à 6, & da rad. 32 à rad. 18. Et ſe la parte aliquota ſarà vn & vn quarto, ſi chiamerà queſta proportione ſeſquiquarta, & ſarà, come da 5 à 4; & così ordinatamente ſeguitarà nell'altre ſpecie, com'è la ſeſquiquinta, ſeſquiſeſta, & ſeſquiſettima, ſecondo che per ordine vanno creſcendo i numeri naturali; perche il maggiore ſempre contiene il minore, come habbiamo detto vna volta, & vna ſola ſua parte, che così è neceſſario nelle proportioni ſuperparticolari, che la differenza di quelle ſia l'vnità: Onde da queſto ſeguita, che la parte aliquota piglia la denominatione dal numero minore. *2. Specie.* La proportione non multiplice ſuperpartiente è, quando il maggior termine comprende vna volta, & molte parti aliquote del termine minore, che non poſſono conſtituire il ſuo tutto, & ſecondo che ſarà il numero delle parti aliquote, & la qualità di quelle, così ſarà il nome della proportione; perche ſe il maggiore termine ſia cinque, & il minore tre, il maggiore conterrà vna volta, & due terzi di eſſo minore, & per eſſere il dua, che ſoprauanza il denominatore 3. ſe li dirà per queſto ſuperbipartiente terza; eſſendo come da

5 à 3; così da 10. à 6. & da rad. 50, a rad, 18. Potrà anchora essere superbipartiente quinta, come che la proportione sia da 7 à 5. per il che l'eccesso fra li termini è due quinti: Ma quando sarà da 9. à 7 sarà proportione superbipartiente settima, & così questa specie và variando, conforme alla qualità delle parti aliquot; le quali sono l'eccesso della maggiore quantità, che supera la minore: Però se le parti aliquote saranno tre, di sopra auanti chiamerassi questa supertripartiente, la quale terrà anchora le sue differenze secondo le qualità delle parti: Essempio da 7. a 4 è proportione supertripartiente quarta: ma da 8 a 5 sarà supertripartiente quinta; & da 10. a 7 supertripartiente settima; delle quali queste sono anchora le lor specie differente: perche non è la medesima proportione da 10. à 7. che è da 8. a 5. & da 7. a 4. & con questo medesimo ordine vanno le proportioni dell'altre quantitadi, le quali hanno d'eccesso tre per parti aliquote, com'è la proportione supertripartiente ottaua, decima, vndecima, decimaquarta: Ma quì si deue notare, che in questa specie non si trouerà proportione, che si chiami superbipartiente sesta, nè superbipartiente ottaua, nè supertripartiente nona; perche due sesti, due ottaui, & tre noni non sono numeri radicali della proportione, perche due sesti sono $\frac{1}{3}$, due ottaui ^{1}, & tre noni $\frac{1}{3}$ & (come questi termini radicali si trouino) lo mostraremo nel quarto Trattato alla prima, & seconda propositione del nono capo: Ma quando tale eccesso sarà dalla maggiore alla minor quantita, allhora questa proportione chiamarassi sesquiterza, & sesquiquarta, & saranno della prima specie: Deuesi anchor sapere, che in questo genere superpartiente, quando due superpartienti si chiamano vguali, è necessario, che il numero delli parti aliquote dell'vna sia vguale al numero della parte aliquota dell'altra, & che le qualità delle parti siano le medesime, & ancho nelle qualità delle denominationi siano simili i numeri: perche, essendo differente il numero delle denominationi, quella, che haurà maggiore il numero della denominatione, sarà minore; & questo è chiaro; che molto maggiore è la proportione da 5. a 3. che non è quella da 7. a 5. come si conoscerà, quando trattaremo della cōpositione delle proportioni.

La multiplice incomposta è, quando la maggior quantità comprende molte volte la minore. Dupla si dirà adunque quella, oue la maggiore contiene due volte la minore, come da 2 a 1, ouero da rad. 8 a rad. 2. Tripla, se la maggiore comprende tre volte la minore, com'è da 3 a 1, ouero da rad. 18 a rad. 2. Quadrupla, se quattro volte il maggiore conterrà il minore, com'è da 4 a 1, ouero da rad. 32 a rad. 2. Finalmente questa specie di proportione multiplice incomposta và variando le specie, conforme al numero de' termini con l'vnità. *3. Specie.*

La multiplice composta superparticolare è, quando la maggiore quantità contiene molte volte la minore; & vna sol parte aliquota, secondo il numero, per il quale la minor quantità entra nella maggiore, rispetto alla qualità della parte; così sarà la proportione distinta in specie dall'altra, che non è tale. *4. Specie.*

La proportione da 5 a 2 si chiama dupla sesquialtera, da 7 a 2 tripla sesquialtera: & da 9 à 2 quadrupla sesquialtera: di maniera, che in questo essempio vedemo le parte aliquote, essere quelle, che fanno la varietà delle volte, nelle qual la maggior contiene la minore; ma se noi vorremo variare le parti, & non le volte, oue la maggiore contenga la minore, le loro produttioni saranno altre specie distinte frà di loro, come sarebbe da 7 a 3, la quale è dupla sesquiterza, & da 9 à 4 dupla sesquiquarta, & da 11 a 5 dupla sesquiquinta, le quali specie andarebbono variando in infinito, secondo la varietà delle parti loro, si come saria il medesimo, se si variassino nelle denominationi li suoi nomi, secondo il numero delle volte, così interuiene nelle multiplici superparticolari.

La multiplice composta superpartiente è, quando la maggior quantità comprende molte volte la minore, & molte parti aliquote d'essa minore, le quali non possono constituire vna parte; & le sue specie sono, come dupla superbipartiente terza, com'è da 8 a 3; tripla superbipartiēte terza, come da 11 a 3. & così se n'assignarebbono molte, che sariano varie nelle volte, & nō nelle parti, & molte delle medesime parti, ma varie di denominatione; cioè, se noi consideriamo il numero da 12 a 5. non varia nè di volte, nè di parti, ma solo di denominatione, & si chiama dupla superbipartiente *5. Specie.*

quinta,& in questa da 17. a 5 si variano le volte, e non le parti, nè ancho la denominatione nelle volte; dunque se le dice tripla superbipartiente quinta; anchora potremo variare il numero,& qualità delle parti,non variando le volte: oue il maggior contiene il minore, & haueremo ancho altre specie di proportioni distinte fra di loro: perche il numero delle parti aliquote,& le volte,oue la maggior contiene la minore pono crescere in infinito,& la qualità delle parti può diminuirsi in infinito; & secondo sarà la varietà, così terremo altri, & altre specie di proportioni multiplici superpartienti: come sono ne gl'infrascritti essempij. Dupla supertripartiente quarta,com'è da 11 à 4. Tripla superbipartiente quinta, com'è da 17 à 5, le quali nè nelle volte, oue la maggior quantità contiene la minore, nè nel numero delle parti, nè nella qualità di quelle son conforme,perche nella prima le volte sono due,& nella seconda 3. nell'vna il numero delle parti è 3, nell'altra è 2, nell'vna le qualità delle denominationi son quarti, & nell'altra quinti.

La Proportione della inegualità minore hà ella anchora cinque generi, ò specie nominate con i medesimi nomi delle specie della proportione dell'inegualità maggiore, eccetto che se l'antepone questa particola, sub,perche da 2 a 1, è multiplice, e da 1 a 2 è submultiplice. Dunque la prima specie sarà la non submultiplice subsuperparticolare, l'altra non submultiplice subsuperpartiente, la terza la submultiplice incomposta, la quarta la submultiplice composta subsuperparticolare, la quinta la submultiplice composta subsuperpartiente.

La prima specie dunque della non submultiplice subsuperparticolare è,quando l'antecedente è minore del conseguente, come da 2 a 3. & questa si chiama subsesquialtera: da 3 a 4 subsesquiterza,da 4 a 5 subsesquiquinta, & così nell'altre; l'altra specie non submultiplice superpartiēte è ordinata, che il primo termine sia minore,& l'altro il maggiore,in guisa che lo comprenda più parti,come da 3 a 5. & si chiama subsuperbipartiente terza,e da 4 a 7. subtripartiente quarta, & da 5 a 9. subsuperquadripartiente quinta, & seguendo così ordinatamente. La submultiplice incomposta è da 1 a 2, la quale si domanda subdupla; da 1 a 3 subtripla, &c.

la submultiplice composta subsuperparticolare è,come da 2 a 5,& si chiama subdupla subsesquialtera,essendo dal minore al maggiore nella minore inegualità;perche il minore è li duo quinti del maggiore, cioè che il 2 è due volte, e mezo minore,che non è il 5, se gli dice,come habbiamo detto subdupla sesquialtera,l'vltima submultiplice composta subsuperpartiente è, come da 3 à 8, & si dimandarà subdupla superbipartiente terza; cioè che il minor termine è li $\frac{3}{8}$ del maggiore; Onde si vede chiaramente, che questa proportione di inegualità minore si referisce al cōtrario di quello, che si è detto della proportione di inegualità maggiore;adunque quello,che sin quì habbiamo detto, sarà à sofficienza delle diffinitioni della proportione,la quale è generale,& conforme à quella d'Eucl.

Essendosi trattato della sostanza, & essenza delle proportioni; accioche habbiamo quella intiera cognitione di loro, che fa il proposito nostro, è necessario hora dire d'alcuni accidenti, & passioni di esse, & prima delle Denominationi.

Delle Denominationi delle Proportioni rationali. Cap. IIII.

POiche l'essere delle Proportioni è rispetto,ò relatione, gli Autori antichi dicono vnitamente, che vna proportione è maggior che l'altra, & vguale; Onde per questo le danno quantità, e la quantità della proportione è la sua denominatione; la denominatione delle proportioni della inegualità maggiore sarà il numero: nel quale la quantità maggiore contiene la minore, ò vgualmente, ò con parte, ò parti della minore,conforme à quello,che è di sopra detto. Essempio, la Denominatione della non multiplice superparticolare,cioè della sesquialtera, sarà $1\frac{1}{2}$, perche il maggior termine comprende il minore vna volta & meza: la Denominatione della sesquiterza sarà $1\frac{1}{3}$, & il medesimo modo terremo in sapere gli altri superparticolari. La denominatione della non multiplice superpartiente ſarà l'vnità con le parti, che eſplichiamo nel nome della medeſima ſuperpartiente: perche la ſuperbipartiente terza haurà per denominatione 1 $\frac{2}{3}$, eſſendo che la maggiore cõtiene la minore vna volta, e due terzi d'eſſa minore. La denominatione della ſupertripartiẽte quarta haurà 1 $\frac{3}{4}$. & così rappreſentando l'altre loro Denominationi ſecondo le qualità loro. La Denominatione della multiplice incompoſta ſarà il numero, per il quale il maggior contiene il minore, come della dupla, la denominatione ſarà il 2, & della tripla il 3. & così auuerrà nell'altre multiplici incompoſte.

Delle multiplici compoſte ſuperparticolari ſarãno le denominationi il numero, per il quale la maggior quantità contiene la minore, con la parte d'eſſa minore. Eſſempio, della dupla ſeſquialtera la denominatione ſarà 2 $\frac{1}{2}$, & della tripla ſeſquiterza 3 $\frac{1}{3}$, & con la medeſima regola ſaperemo la Denominatione delle multiplici cõpoſte ſuperpartienti; perche, della dupla ſuperbipartiẽte terza, la denominatione ſarà 2 $\frac{2}{3}$, & della tripla ſupertripartiẽte quarta 3 $\frac{3}{4}$.

Vogliono parimente gli ſteſsi Autori, che la proportione della inegualità minore ſia differente, & vguale; perciò le danno ancho ad eſſa la quantità, la quale non è altro, che la ſua Denominatione; ma al contrario: perche nella maggiore inegualità ſi diuide il maggior per il minore, & quello, che ne riſulta è la denominatione della proportione d'eſſa inegualità maggiore: ma in queſta ſpecie ſi parte il minore per il maggiore, e quella che viene è la denominatione della inegualità minore. Eſſempio; la non ſubmultiplice ſubſeſquialtera è, come da 2 à 3. partendo dunque 2 per 3, il quotiente è $\frac{2}{3}$, onde la denominatione della ſubſeſquialtera ſarà $\frac{2}{3}$, & ſi deue notare, che in tutte le ſpecie della inegualità minore, il numeratore ſarà l'antecedente, & il denominatore il conſeguente; adunque nella ſpecie della non ſubmultiplice ſubſuperparticolare, la ſubſeſquiterza ſarà $\frac{3}{4}$, & la ſubſeſquiquarta $\frac{4}{5}$ & così nell'altre. Nella ſpecie non ſubmultiplice ſubſuperpartiente, la ſubſuperbipartiente terza è $\frac{3}{5}$, & la ſubſupertripartiente quarta $\frac{4}{7}$ & così ſegue nell'altre. La Denominatione della ſubmultiplice incompoſta è $\frac{1}{2}$, perche la proportione è da 1 à 2, & partendo 1 per 2 l'auenimento ſarà vn $\frac{1}{2}$, della ſubtripla $\frac{1}{3}$, & del-

la ſubquadrupla $\frac{1}{4}$. La denominatione della ſubmultiplice ſubſuperparticolare, cioè della ſubdupla ſubſeſquialtera, per le ragioni dette, ſarà $\frac{2}{5}$, & della ſubtripla ſubſeſquiterza $\frac{3}{10}$. Finalmente la denominatione delle ſubmultiplici ſubſuperpartienti, cioè della ſubdupla ſubſuperbipartiente terza ſarà $\frac{3}{8}$, & la ſubtripla ſubſupertripartiente quarta ſarà $\frac{4}{13}$, & con queſto modo verremo a conoſcere le Denominationi di queſta ſpecie d'inegualità minore, come ancho in quella della inegualità maggiore.

Da queſte regole ragioneuolmente inteſe, che habbiamo vſato di ſopra, ſi potrà cauare, che nelle ſpecie ſuperparticolari, ſe le dà la maſsima, che è la proportione ſeſquialtera; perche la maggior parte, ch'ella poſſa hauere è la metà: ma non ſe le puote aſsignare la minima; perche non poſsiamo porre tanto picciola parte aliquota, che non ne trouiamo vn'altra, la quale non ſia minore; perche il numero và creſcendo in infinito: & quanto il numero è maggiore, tanto la parte aliquota, che dal medeſimo numero piglia il nome, è minore, & nelle multiplici ſegue il contrario; perche ſi dà la minima multiplice, la quale è vna dupla nominata dal minimo numero, che è il 2, però non ſi dà la maſsima; perche non offeriamo numero tanto grande, che non ne preſentiamo vn'altro maggiore. Nell'altre tre ſpecie per la medeſima ragione non ſi dà maſsima, nè ſi da minima, perche paragonando vna ſpecie con l'altra, trouaremo, ſe a noi ſarà preſentato qualunque proportione della inegualità maggiore, darſi vna ſuperparticolare, ò vna ſuperpartiente, la quale ſia minor, che la data.

Nelle ſpecie della inegualità minore rieſce il contrario; perche la minima delle ſubſuperparticolari è la ſubſeſquialtera, & la maſſima nelle ſubmultiplici è la ſubdupla.

In che maniera ſi conoſcano li numeri della proportione per li ſuoi nomi. Cap. V.

ESsendoſi conoſciute le denominationi nel paſſato cap. mediante il nome della proportione, verremo à dichiarare hora li numeri della proportione per li ſuoi nomi. Eſſempio, le Denominationi delle ſuperparticolari hanno l'vnità, & vna parte aliquota di eſſa. Onde ſe vorremo conoſcere li numeri per il ſuo nome, pigliſi quel numero, dal quale la parte aliquota ottiene il nome, che ſarà il conſeguente; & ad eſſo giunghiſi l'vnità, e così ſarà l'antecedente, che ſaranno li numeri della proportione. Adunque la parte aliquota della denominatione della proportione ſeſquialtera è $\frac{1}{2}$, & perche la denominatione intiera è $1\frac{1}{2}$, il mezo è denominato dal 2, per tanto pigliaremo il 2 per conſeguente; & giongendogli l'vnità, farà 3 per l'antecedente, & così ſarà da 3 a 2 il numero della proportione ſeſquialtera: & la medeſima ragione ſi terrà per conoſcere il conſeguente nella ſpecie ſuperpartiente, ouero li numeri della proportione, al quale conſeguente ſi dà tante vnità, quante ſaranno le parti aliquote, & ſi haurà l'antecedente, & poi li numeri.

Eſſempio nella proportione ſuperbipartiente terza, il conſeguente ſarà il 3, giungaſi 2 con 3 fanno 5, il quale ſarà l'antecedente, in tal guiſa da 5 a 3 è proportione ſuperbipartiente terza, i quali 5 e 3 ſono li numeri d'eſſa. La ſpecie multiplice incompoſta non ci hà luogo, atteſo che da ſe è manifeſto, che la medeſima denominatione alla vnità, hà la medeſima proportione. Nelle due ſpecie multiplici ſuperparticolari, & multiplici ſuperpartienti, ſi conoſcono li numeri delle loro proportioni, pigliando il conſeguente, come habbiamo fatto di ſopra, e multiplicandolo per il numero, che denomina la multiplice, il quale è parte del ſuo nome, & al produtto giunganſi tante vnità, quante ſono le parti, & ſarà conſtituito l'antecedente. Eſſempio nella propor-

tione dupla ſeſquialtera, pigliamo il 2 per conſeguente, il quale multiplicaremo per 2 denominatione della dupla, & ſarà 4, al quale giungaſi l'vnità, che è vna ſol parte, farà 5, & queſto ſarà l'antecedente della dupla ſeſquialtera, & li ſuoi numeri ſono 5 e 2. Volendo conoſcere li numeri della tripla ſupertripartiente quarta, il conſeguente ſarà il 4, il quale multiplicato per 3 denominatione della tripla, farà 12: & perche le parti ſono 3, giūghinſi al detto 12, faranno 15, il quale ſarà l'antecedente della proportion tripla ſupertripartiente quarta, li numeri dunque ſaranno 15. e 4.

Quanto alla Proportione della inegualità minore, come ſi conoſcono li numeri d'eſſa, ſendo conoſciuto il nome della proportione della inegualità minore, reſta conoſciuto il nome della maggiore inegualità ſua corriſpondente. Talmente che, ſe ſi cercarà li numeri della inegualità maggiore, eſsi medeſimi ſaranno li numeri della inegualità minore; facendoſi dell'antecedente conſeguente, ò del conſeguente antecedente; & perche li numeri così trouati ſono li minimi della ſua proportione, ſi potranno con queſto ordine duplicare, triplicare, quadruplicare qual ſi voglia numero, con l'aggiungere la parte, ò parti ſecondo la ſpecie della proportione, che ſi propone così ſi conoſceranno li numeri di tale proportione.

Eſſendo propoſte due quantità nelli numeri, come in quelli ſi conoſca la proportione. Cap. VI.

PRoponghinſi due quantità nelli numeri, delli quali ſi voglia conoſcere la proportione, che ſia infra eſsi. Prima ſi parta il maggior termine per il minore, ò il minore per il maggiore; & l'auenimento ſarà la denominatione della proportione dal maggiore, & ſapendo la denominatione, è facil coſa da conoſcere la proportione per il paſſato capitolo,& ſe la proportione ſarà dal minore al maggiore, antepongaſi queſta particella ſub. Adunque per queſta regola è chiaro, ſe ci ſaranno propoſti duo numeri vguali, ſempre la ſua denominatione ſarà l'vnità; perche, partendo l'vn per l'altro, ne viene eſſa vnità; Onde le tre ſpecie ſpecialiſsime, cioè d'vgualità, d'inegualità maggiore, & d'inegualità minore ſono differenti di denominatione; perche circa all'vgualità non occorre altra inueſtigatione, per eſſere, come hauemo detto, l'vnità la ſua denominatione, & ſolamente porremo l'eſſempio di quello, che habbiamo propoſto in queſti duo numeri 27. & 8; ne i quali vogliamo cercare come ſia la loro proportione, il quale eſſempio pare, che ſia ſufficiente, per le cinque ſpecie ſi della maggiore, come della minore inegualità; adunque partiremo 27. per 8. ſarà l'auenimento $3\frac{3}{8}$, il quale è la ſua denominatione, dalla quale ſi caua, che il maggiore contiene il minore tre volte, & più $\frac{3}{8}$ del minore, & chiamaraſsi queſta proportione tripla ſupertripartiente ottaua, & dal minore al maggiore ſubtripla ſupertripartiente ottaua, & in queſta maniera, offertoci duo numeri di qual ſi voglia ſorte, conoſceremo la loro proportione: Et ſarà queſto con gli altri eſſempij di ſopra, molto vtile alli Muſici Theorici per conoſcere gli interualli Muſicali, ſe ſiano di conſonanze perfette, od imperfette, ò ſupportabili, ò inſupportabili all'udito. Oltra che potremo ancho paragonare le tre ſpecie ſpecialiſsime inſieme, cioè l'ugualità, la maggiore inegualità, & la minore. Hauendo noi veduto, che la denominatione della maggiore inegualità è maggiore, che l'vnità, & quella della minore è minor che l'vnità, & che quella della vgualita è l'vnità, ne ſegue, che maggior proportione è qual ſi voglia proportione della maggiore inegualità, che alcuna proportione d'vgualità, & la proportione d'vgualità è maggiore, che la proportione della minore inegualità; & ciò ſi proua per la ottaua propoſitione del 5 lib. d'Eucl. in tutti i generi di proportioni, ò ſiano rationali, ò irrationali. Ma perche le irrationali non poſſono eſſere denominate da numeri in alcun modo, per queſta cauſa non ſe li dà denominatione rationale; Onde laſciando di più ragionar di quella per l'allegata propoſitione del 5. d'Euclide, moſtraremo, che le

due quantità 3, e 2; ò 3, e 4, la proportione da 3 à 2 eſſere maggiore che quella da 13 à 4, perche da 3 à 2 la proportione è della maggiore inegualità, e da 3 à 4 è della minore inegualità; adunque, ſe l'inegualità maggiore hà per denominatione più che l'vnità, & la minore meno, che l'vnità; ſenza dubbio, la proportione da 3 à 2 della maggior inegualità, ſarà maggior di quella da 3 a 4, della minore inegualità: adunque ſe paragonaremo queſte due quantità 3, e 2 ad vna terza 2. è chiaro, che maggiore ſarà la proportione da 3 a 2, che da 2 a 2: perche da 3 a 2, è proportione de maggiore inegualità, & da 2 a 2 proportione d'vgualità; ſe paragonamo ancho queſte due 2 e 3 ad vna terza 3 maggior proportione, ſarà da 3 a 3, che è d'vgualità, che da 2 a 3, che è della minore inegualità. Ma dato, che ſia così, che qual ſi voglia proportione della maggiore ingualità habbia maggior denominatione di qualunque proportione de gli altri due generi; Nondimeno, alcuna proportione non può hauer proportione frà le proportioni de diuerſi generi; perche la proportione dell'vgualità, ò della minore inegualità, per più che ſi multiplichi, non può eccedere la proportione della maggiore inegualità; nè meno può far proportione di tanta denominatione; Nè la proportione della minore inegualità, per più che ſi multiplichi, può eccedere la denominatione della proportione dell'vgualità, nè aggiungere alla *16. Propo. del 3. d'Euc.* ſua quantità, sì come ſi dice dell'angolo della contingenza; il quale, per più che ſi multiplica non può aggiungere ad alcuno angolo rettilineo; non già perche egli non ſia quantità; ma perche è differente in genere. Adunque ſe, la denominatione delli tre diuerſi generi, è quantità nel modo, che habbiamo detto, non ſarà proportione frà loro; cioè la proportione dell'vgualità non haurà proportione con l'inegualità maggiore, nè ancho con la minore, nè la proportione dell'inegualità maggiore haurà proportion con l'vgualità minore: ſi è ancho detto, che tutte le proportioni d'vgualità ſono frà loro vguali, riſpetto alla ſua denominatione; perche hanno ſempre l'vnità; nè ſi poſſono diuidere in altri generi: Ma nella proportione della maggiore inegualità; perche hà molto ſpecie differenti, & l'vna hà maggior proportione, che l'altra, & può anchora l'vna per la multiplicatione eccedere all'altra; per questa causa dunque le proportioni della maggiore inegualità, l'vna potrà hauer proportione con l'altra; ma non haueranno frà se quella proportione, che frà loro hanno le sue denominationi. Perche la tripla habbia 3 per denominatione, e la sestupla, la quale è da 6 à 1 habbia 6 per denominatione, non per questo la sestupla haurà proportione dupla alla tripla; & perche questa cagione non si può bene intendere prima che tratti della compositione delle proportioni. Ma perche non passiamo cosa, la quale pretenda à tal cognitione, diremo prima, che cosa sia Anologia, ouero similitudine di due proportioni, la quale cauamo della 4. diffinitione del quinto lib. d'Euclide.

Quello, che sia proportionalità, & disproportionalità. Cap. VII.

4. Diffin. del 5. d'Eucl.

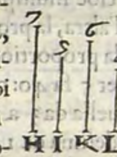
LA Proportionalità è vna similitudine di due ò più proportioni.

Come saria per essempio, che la proportione della quantità A, alla quantità B, fosse simile alla proportione della quantità C, alla quantità D, tali due Proportioni vengono nominate proportionalità, ouero similitudini di due proportioni; perche tutte le proportioni d'vna medesima denominatione sono tutte vguali.

3. Cap. di questo.

Adunque se la proportione dalla A, alla B, sarà come dalla C, alla D, la proportione dalla A, alla C, sarà come dalla B, alla D, per l'XI. Prop. del 5. libro d'Euclide: di maniera che, si vedrà in questo ordine di proportioni, che alla Proportionalità vi concorrono

quattro termini; percioche essendo di quantità de' termini differenti, ma nô di denominatione, gli vien detto proportionalità interposta: Ma se due proportioni saranno continue di similitudine, comprenderanno solamente tre termini, come saria, che la proportione della E alla F fosse come dalla F alla G, si domandarà proportionalità continua constituta in tre termini; perche il termine di mezo F è preso due volte; vna per conseguente, & l'altra per antecedente. Ragioneuolmente dunque fù giudicata dalli Mathematici, che la proportionalità non poteua comprendere meno, che tre termini; ma quando i termini saranno interposti da proportioni non simili, allhora si dimandarà disproportionalità; come saria dalla H alla I, ò dalla K alla L, con che si porrà fine al presente capitolo. Nondimeno, perche siamo per dire nelli seguenti Capi della compositione delle proportioni, non ci par inconueniente, anzi necessario di dimostrare, come si conoscano (sendoci proposte due proportioni) qual sia quella proportione, che delle due sia composta: materia di qualche consideratione, si per Mathematici, Filosofi, Medici, Ingegneri, Architetti, & altri; auertendo, che si come conosceremo vna proportione di quante proportioni ella sia composta, con l'atto del sommare le proportioni, così anchora conosceremo di quante ella si discompone, cô il modo, che si dice sottrarre di proportioni.



Essendo proposto à noi due proportioni, come si conosca la proportione, che di quelle sarà composta. Cap. VIII.

IL modo di comporre delle proportioni è molto facile, perche multiplicando gli antecedenti l'vno per l'altro, si farà l'antecedente della composta, & multiplicando li conseguenti similmente l'vno per l'altro, si farà il conseguente della medesima. Essempio; siano à noi propoſte queſte due proportioni, da 3 a 2, & da 5, a 4, & vogliamo ſapere quale è quella proportione, che di quelle giuſtamente ſarà compoſta; multiplicaremo 3 per 5 farà 15, che ſarà l'antecedente, e 2 per 4 farà 8 per il conſeguente, di maniera, che noi potremo dire, che la proportione da 15 a 8 è quella, che è compoſta giuſtamente delle due proportioni da 3 a 2, & da 5 a 4, & li minimi numeri della proportione ſaranno li medeſimi 15, e 8: & accioche queſto ſi conoſca chiaro, vſaremo l'atto del ſottrarre delle proportioni; il qual'atto è tale, che cauandone vna, di neceſsità l'altra rimane; adunque cauandoſi da 15 a 8 la proportione dà 5 a 4; cioè multiplicando l'antecedente dell'vna per il conſeguente dell'altra, la proportione delli prodotti ſarà vguale alla rimanente della proportione. Eſſempio; ſe ſi multiplica 15 per 4 fà 60, & 8 per 5 fà 40: onde ſi vede che la proportione da 60 a 40 è vguale a quella da 3 a 2; perche aggiungendo quella da 5 a 4, ritorna la medeſima da 15 a 8; ſi che l'vn modo riferiſce all'aggiungere, & l'altro al ſcemare delle proportioni. Vn'altro eſſempio; ſe vna proportione ſarà rationale, & l'altra irrationale, la compoſta ſimilmente ſarà irrationale (per Euclide nel 10.) come ſaria, che l'vna foſſe da 4 a 3, & l'altra da rad. 18 a 4, volendo ſapere di quelle due la ſua compoſta, multiplichiſi 4 per rad. 18 fa rad. 288, e 3 per 4 fà 12. La proportione adunque da rad. 288 a 12 è irrationale, & è compoſta delle due dette proportioni, che ridotte nelli termini radicali ſaranno, come da rad. 2 a 1, & ſe ſi vorrà conoſcere queſto, ſcemandone qual ci pare, reſtarà l'altra: trahendoſi dunque da rad. 2 a 1, la rad. 18 a 4, multiplicaremo rad. 2 per 4, fà rad. 32, & 1 per rad. 18 ſarà rad. 18; di modo che la proportione da rad. 32 a rad. 18 ſarà vguale alla proportione da 4 a 3, che deue reſtare, & queſto in duo modi di pratica ſi può prouare; l'vno ſarà, che li prodotti della multiplicatione fatti in croce, come di ſopra, ſiano vguali: cioè multiplicando rad. 32 per 3, il prodotto ſarà rad. 288, & rad. 18 per 4, farà parimente rad. 288: di maniera, che, ſendo riſultata la proportione dell'vgualità, è ſegno eſpreſſo, che la proportione da rad. 32 à rad. 18 è vguale à quella da 4 à 3. l'altro modo è di ridur li termini a minimo numero, che ne riſulterà la pro-

portione,

portione che ſi cerca da 4 a 3; perche, come hauemo detto nel Cap. 2. di queſto, la proportione da rad. 32 a rad. 18, e rationale, anchor che i termini ſiano irrationali; nondimeno la proportion loro è come da numero quadrato, a numero quadrato: ouero, come da numero à numero; dunque ritrouandoſi li minimi numeri di eſſe l'vno ſarà rad. 16, & l'altro rad. 9. le cui rad. hauranno la proportione, come da 4 a 3. Ma perche la dimoſtratione è meglio d'ogni altra proua, & più vniuerſale la dimoſtraremo così.

Siano propoſte à noi queſte due proportioni dell'A alla B; & l'altra, come dal C, alla D: multiplichiſi A in C, & ne venga E, & B in D ne venga F. Dico, la proportione dalla E, alla F, eſſere cõpoſta delle due proportioni; l'vna dall'A alla B, & l'altra dalla C alla D. Percioche, multiplicandoſi B per C il prodotto ſia

A	E	F	B
3	15	8	2
C	G		D
5	10		4

G, poi A per C, il produtto ſia E, ſarà adunque dalla E, alla G, come dalla A alla B, e perche C per B fà G, & D per B fà F, ſarà dunque dalla G, alla F, come dalla C alla D, per la propoſitione 15 del 5 lib. d'Euclide. Poi che la proportione dalla E alla G, e come quella dalla A alla B; & quella dalla G, alla F, come dalla C alla D, la proportion dalla E alla F, è compoſta della proportione della E alla G, & di quella dalla G alla F. Onde ſeguita, che la proportione della E alla F, è compoſta delle due proportioni; l'vna, come dalla A alla B, & l'altra, come dalla C alla D, il che ſi doueua dimoſtrare.

Si potrebbono congiungere inſieme più proportioni, & conoſcere la reſultante; ma perche nella opera noſtra non vi concorrono tali operationi; ci baſtarà hauere accennato quello, che ſia ſommare; & ſottrarre delle proportioni.

Seguirebbe dietro à queſto atto il continuare, ouero multiplicare due, ò più proportioni, & il modo di diuidere vna in più parti vguali; ma ciò conuiene più toſto à quelli della Muſica artificiata ò Proſpettiui, à i quali di ciò laſciaremo la cura. Et nel ſeguente capo moſtraremo ſolamente come ſi poſſa diuidere vna proportione in due parti vguali, il che ſi vedrà eſſere molto conueniente nella pratica del diuidere li Alluuioni. *2. Propoſit. dell'8. lib. d'Eucl.*

L 2 Come

Come ſi diuida vna proportione in due parti vguali. Cap. IX.

IL diuidere vna proportione in due parti vguali non è difficile; perche baſtarà multiplicare l'antecedente per il conſeguente, & del produtto ſe ne pigli la radice quadra, che ſarà la parte ricercata.

Eſſempio; propongaſi vna quadrupla; che ſi cerchi diuidere in due parti vguali, la quale ſia, come da 16 à 4 multiplichiſi 16 per 4 ſarà 64, & la radice quadra di eſſe, la quale è 8. ſarà il numero, che poſto nel mezo frà 16, e 4, farà quel che ſi cerca; cioè diuiderà la proportione da 16 a 4 in due parti vguali, ed il fondamento di queſta regola è tratto dalla prima propoſitione
4. Tratt.
del 5 Capo; nel quale ſi dimoſtra, che la multiplicatione del primo nel terzo è vguale alla multiplicatione fatta del ſecondo in ſe medeſimo. Tale proportione adunque è dal primo al ſecondo, quale è dal ſecondo al terzo, per la 20 propoſitione del 7. d'Eucl. onde la quadrupla da 16 a 4 è diuiſa in due duple dal numero 8. termine di mezo, come faceua dibiſogno.

Della compoſitione delle Proportioni, & della Proportione di quelle. Cap. X.

IN vn'altro modo anchora ſe intende da i Mathematici la compoſitione delle Proportioni, ſi come narra il Campano nella traduttioni d'Eucl. nella 19. Diffinitione del 7. lib. il quale dice; ſe ſaranno continuate più proportioni, quella che ſarà del primo all'vltimo termine ſarà cópoſta di quelle, che ſono nel mezo: il che ſeruirà per intelligenza della detta cópoſitione. Per tanto noi diremo; ſe ci ſarãno preſentate due quantitadi del medeſimo genere, & frà quelle ſi ponga vn'altra quantità dell'iſteſſa ſorte, ſi dirà, che la proportione della prima

delle due quantitadi è compoſta di quella, che è da eſſa prima alla interpoſta, & dalla interpoſta alla ſeconda; come ſaria per eſſempio, che poneſſimo per le due quantitadi 6, & l'vnità, & che infrà queſti poneſſimo il numero 3 direſſimo, che la proportione da 6 à 1 è compoſta di quella, ch'è da 6 a 3, la quale è dupla, e di quella da 3 a 1 che è vna tripla. Adunque la ſeſtupla è compoſta d'vna dupla, e d'vna tripla giuſtamente, & con la medeſima regola diremo anchora la proportione da 1 a 6, la quale ſi chiama ſubſeſtupla, eſſere compoſta d'vna ſubtripla, & d'vna ſubdupla, & perche la denominatione da 1 a 3 è $\frac{1}{3}$, & la denominatione da 1 a 2 è $\frac{1}{2}$, & il denominatore della ſubſeſtupla è $\frac{1}{6}$: Onde appare per queſto eſſempio le parti della proportione eſſere maggiori, che la medeſima proportione compoſta; perche maggiore è $\frac{1}{3}$ che vn $\frac{1}{2}$, & queſto ſi conclude chiaramente per la 8. propoſitione del 5. d'Euclide: perche ſe paragonamo vna quantità à due; eſſa quantità hà maggior proportione alla minore, che alla maggior di quelle; paragonando adunque 1 a 3, & a 6; maggiore proportione haurà 1 à 3, che à 6; perche è ſtato poſto in queſto eſſempio fra 6, & 1 il numero 3, il quale è maggior, che il minore: Hora ſi ponga il numero 12 fra 8, e 1, il quale è maggiore, che li duo; per l'iſteſſa ragione diremo, che la proportione da 8 à 1 è compoſta dalla proportione da 8 à 12, & di quella, che è da 12 à 1, la quale è maggiore, come ſi conoſce per li ſuoi denominatori, & ſi proua per detta ottaua propoſitione, & ſe porremo in fra 8, e 4 il numero 3, diremo, che la proportione da 8 a 4 è compoſta da 8 a 3, & da 3 a 4, la quale è minore, che da 8 a 3. Onde nelle proportioni la parte è maggiore, che il tutto. Il che pare inconueniente, perciò alcuno non ſi marauigli, che queſto naſca nelle proportioni, perche è coſa imaginaria, che ſi pone fra eſſe. Oltra che, come è ſtato detto nel primo Cap. la proportione è vn riſpetto, ò comparatione, che ſi ritroua frà le quantità; ma non è quantità; perche non è diſcreta, come il numero, nè meno hà eſtenſione: perche non hà longhezza, come la linea, nè è ſuperficie, perche non hà larghezza, non è corpo, perche non ha groſſezza. Adunque conuiene eſſere riſpetto, ò comparatione. Hora ſe la quantità interpoſta ſia maggiore, che la minore; ò minore, che la maggiore, ò maggiore, che ambedue, sempre la proportione de gli estremi, sarà composta da gl'intermedij: Nondimeno potremo anchora fare vn'altra consideratione conforme alla diffinitione del quinto libro d'Euclide.

Quando trè quantità saranno proportionali, che dalla prima alla seconda sia come dalla seconda alla terza. In tal caso la proportione della prima alla terza sarà dupla della proportione della prima alla seconda. Essempio; sia da 9 à 3, come da 3 à 1; sarà dunque da 9 à 1 proportione in duplo maggiore, che quella dalla prima alla seconda; perche hauemo detto, che la nonupla hà per denominatione il 9, & la tripla hà per denominatore il 3; adunque è maggiore il denominatore della nonupla, che quello della tripla, essendo la proportione della maggiore inegualità; perche tal proportione, è da 9 a 3, come da 3 a 1: ma se la proportione sarà dalla minore inegualità, com'è da 1 a 3, & da 3 a 9. sarà la proportione in duplo minore, che quella da 1 a 3, ouero da 3 a 9. Di maniera, che la proportione della prima quantità alla terza sempre, è doppia di quella, che hà la prima alla seconda; perche, quando è della maggiore inegualità, la proportione và crescendo, & ne risulta la proportione della prima alla terza in doppio maggiore di quello, che hà la prima quantità alla seconda: & quando la proportione è della minore inegualità, perche và discrescendo, ne risulta la proportione della prima quantità alla terza in doppio minore di quello, che hà la prima alla seconda. E la proportione da 4 a 1 è il doppio maggiore, che quella da 4 a 2, ouero da 2 a 1, e quella da 1 a 4, è il doppio minore, che quella da 1 a 2, ouero da 2 a 4; perche quanto la quadrupla è maggiore, che la dupla; tanto la subquadrupla è minore, che la subdupla, & quanto la nonupla è maggiore, che la tripla, tanto la subnonupla è minore, che non è la subtripla. Vn'altra espositione anchora si potria fare, circa le proportioni continouate simili conforme alla detta 10. Diffinitione del 5. d'Euclide, dicendo egli, che la proportione della prima quantità alla terza è il doppio più della proportione, che hà la medesima prima alla seconda; non vuol però dire Euclide, che ella sia in doppio maggiore; nè che ella sia

in doppio minore: ma che la proportione della prima alla terza contiene in se due volte la proportione, che hà la prima quantità alla seconda; percioche la proportione, che hà la prima alla seconda, essendo come dalla seconda alla terza, la proportione dunque che hà la prima alla terza sarà composta delle dette proportioni vguali, & per tale vgualità la chiama Euclide duplicata, cioè il doppio di ciascuna di quelle; non perche ella sia in doppio maggiore, nè in doppio minore; ma perche viene ad essere vna comparatione, che si fà da proportione à proportione, & non da quantità à quantità. Però se saranno ancho quattro quantitadi continuate similmente in vna medesima proportione; cioè, che dalla prima alla seconda sia come dalla seconda alla terza, & come dalla terza alla quarta, sarà la proportione dalla prima alla quarta tripla della proportione, che hà la prima alla seconda; perche ella contiene in se tre volte, sendo frà loro vguali. Onde la proportione della prima alla quarta è composta delle tre proportioni vguali; & per questa causa Euclide la chiama triplicata, come propria sua voce nella detta XI. diffinitione, & in molti altri theoremi da lui dimostrati, come sono la 19. propositione, e la XX. del sesto libro: & la XI. XII. & XVIII. dell' VIII. lib. & la 33. del XI. & la 18 del XII; ne vuole inferire, che la proportione sia maggiore, nè minore, ma che sia comparatione di proportioni; in questa guisa, se saranno due linee rette, delle quali l'vna à l'altra habbia proportione doppia, il quadrato di quella, che hà doppia proportione al quadrato dell'altra haurà proportione quadrupla; percioche quelle quantitadi, ouero grandezze, che sono nella longhezza de i lati doppi di proportione, la loro potenza, ouero spatio è quadruplo. Ma se saranno tripli, l'vn spatio all'altro sarà nonuplo, & se quadrupli, la superficie sarà sedecupla; così andarebbe crescendo la multiplicità loro. Se per caso la proportione della longhezza de i lati fosse superparticolare; cioè, che l'vna fosse di longhezza 6. piedi, & l'altra 4. la proportione delle loro potenze saranno multiplici superparticolari, come dupla sesquiquarta, & se la longhezza fosse, come da 5 à 4. la proportione delle loro grandezze sariano vna superpartiente. Di modo che repilogando quello, che di sopra è ſtato detto nelle ſuperparticolari; la proportione delle loro potéze la maggiore è la dupla ſeſquiquarta, & nelle multiplici la minima è la proportione duplicata: adunque de i quadrati, ò delle figure ſimili, ò ſimilmente deſcritte, la proportione de i lati è duplicata; cioè compoſta di due proportioni ſimili, & chiamaſi proportione di proportioni: la quale è compreſa ſotto la quantità. Ma quando ſi dirà la proportione triplicata, ſi fà la comparatione da proportione à proportione; ma ne i corpi ſolidi, perche ſe l'vn'lato del corpo regolare foſſe longo duo piedi, & l'altro vn piede, la potenza corporea di duo piedi ſarà ottupla à quella d'vn piede; cioè otto volte maggiore, & la proportione ſarà compoſta di tre duple, come 8. 4. 2. & 1; cioè da 8 à 1 è compoſta de gli intermedij da 8 à 4, & da 4 a 2, & da 2 a 1. & ſe vn lato ſarà triplo a vn'altro, la potenza corporea ſarà vintiſettupla. Onde ne ſegue che la proportione della prima all'ultima di tutti i termini è compoſta di quelle, che ſtanno nel mezo, & non ſolo da Euclide viene dimoſtrato queſto ne i luoghi di ſopra citati, ma ancho da Eutocio Aſcalonita nel libro 2. della sfera, e Colindri d'Archimede alla propoſitione 4. Et nel libro primo d'Apollonio Pregeo alla XI propoſitione de gli elementi Conici. Et Menelao nella Geometria della sfera al 3. libro al 4. lema nel 3. lib. & Viteleone nel 1. libro della proſpettiua alla XIII. propoſitione, & Tolomeo nel 1. libro dell'Almageſto al cap. 12. della figura del ſettore delle linee refleſſe.

Compoſitione de i termini delle proportioni. Cap. XI.

NEL paſſato cap. ſi è trattato della compoſitione delle proportioni, & delle loro proportioni per dimoſtrare la prima, & la ſeconda propoſitione del 4. trattato. Hora ſiamo per dire della compoſitione de' termini delle proportioni, accioche poſsiamo diuidere vna quantità ſecondo vna, ò più proportioni: la quale quantità nel propoſito noſtro non ſarà altro, che il terreno dell' Alluuione.

Compoſitione de' termini delle proportioni è quando ſi vniſce l'antecedente, & il conſeguente, & la ſomma, che ne riſulta, ſi paragona all'antecedente, ò al conſeguente, come nella proportione da 5 a 2, ſe ſi congiunge il 5 & il 2, la ſomma, che ne riſulta è il 7, la quale ſi può paragonare ò al 5, ò al 2: ſe al 5, è paragonata al maggiore: ſe al 2, è paragonata al minor termine, & allhora tra la ſomma, che ne riſulta, e qualunque de i duo termini naſce noua proportione diuerſa dalla prima. Si diuerſificano queſte compoſitioni ſecondo le diuerſità delle cinque ſpecie di proportioni della maggior inegualità, ò della minore: ma baſterà ſcorrere per le proportioni della inegualità maggiore; perche la ſomma, che riſulta dalla compoſitione de i duo termini antecedente, & conſeguente, diuenta ſempre proportione della maggiore inegualità: poiche la ſomma hà da eſſere il termine antecedente.

Adunque ſe paragoniamo la ſomma della prima ſpecie ſuperparticolare dell'antecedente, e conſeguente, al conſeguente, la proportione ſarà multiplice ſuperparticolare, & la denominatione ſarà denominata da eſſo conſeguente; & ſe all'antecedente la proportione ſarà ſuperpartiente, & il denominatore, & il numeratore ſaranno li termini della proportione propoſta.

E ſe la ſomma della ſeconda ſpecie ſuperpartiente ſi paragonerà al maggior termine, la proportone ſarà ſuperpartiente, & le parti aliquote ſaranno il termine minore, & il denominatore il maggiore; & ſe il minore, la proportione ſarà multiplice ſuperpartiente, & le parti aliquote ſaranno la differenza, che ſi ritroua dal conſeguente all'antecedente, & la denominatione ſarà eſſo conſeguente.

Terza ſpecie, ſe, della ſomma della multiplice incompoſta, la comparatione ſi farà al minor termine, la proportione ſarà multiplice: della quale l'antecedente compoſto eccederà il ſimplice per l'vnità, & la denominatione ſarà la medeſima ſomma; & ſe la comparatione ſi farà al maggiore, la proportione ſarà ſuperparticolare, e la denominatione ſarà il maggior termine ſemplice.

Quarta ſpecie, ſe, della ſomma dalla proportione compoſta multiplice ſuperparticolare, ſi farà la comparatione al termine maggiore, la proportione ſarà multiplice ſuperpartiente, & le parti aliquo te ſaranno il minor termine, & il denominatore il maggiore; & ſe la comparatione ſi ſarà al minore, la proportione ſarà multiplice ſuperparticolare : la quale ſarà la denominatione eſſo termine minore.

Quinta ſpecie, ſe la ſomma della proportion compoſta multiplice ſuperpartiente ſi paragonerà al minor termine, la proportione ſarà multiplice ſuperpartiente, & il numeratore ſaranno le parti aliquote,& il denominatore eſſo minor termine; & ſe ſi paragonerà al maggiore,la proportione ſarà ſuperpartiente, & il numeratore, & denominatore ſaranno gli medeſimi termini. Di qui ſarà manifeſto,che facendo la comparatione della ſomma de'termini all'antecedente d'ogni ſpecie di proportioni, ſempre il numeratore, & denominatore della proportione ſaranno gli termini propoſti della proportione della maggiore inegualità. Molte altre coſe ſarebbono da dire circa le proportioni ſi a loro contingenti, come accidentali; ma perche ci pare, ſecondo l'occorrenza, hauerne detto a baſtanza, non ci dilataremo più intorno ad eſſe, adducẽdo ſolo al preſẽte alcune poche operationi,che nella pratica delle diuiſioni dell'Alluuioni ſono neceſſarie,delle quali ce ne ſeruiremo.

Per il noto nelle proportioni poſsiamo conoſcere l'ignoto. Cap. XII.

IL trouare l'ignoto per il noto nelle proportioni altro non è,che dato tre quantità note, trouar la quarta proportionale, detta da molti meritamente Regola aurea: la quale è di molta vtilità nella pratica del diuidere l'Alluuioni, & è aſſai poſta in vſo dalli Mathematici. Onde noi porremo per eſſempio, che hauendo la proportione nota infrà due quantità, la quale ſia come da 4 a 3,& anchora vn altra quantità nota, come 12, & vogliamo, eſſendoſi propoſta, trouare vn'altra quantità, la quale ci ſia ignota, che ſtia in pro-

portione

portione al 12, come ſtà 4 al 3. Nel quarto trattato ſi moſtra, come ſi conſeguiſca queſto problema per dottrina d'Euclide nelle linee, & per il medeſimo applicaremo à queſto noſtro caſo la 19. propoſitione del nono libro,la qual dice: Dato tre numeri, cõſiderare ſe ſi poſſa trouare il quarto proportionale,che ſarà il medeſimo di quello, che noi cerchiamo; eſſendo che la conſideratione è concluſa di poterlo ritrouare; perche multiplicando 3 in 12, ſarà 36, il quale partiremo per 4, ne verrà 9, che è la quantità ricercata; percioche dico, che 4 miſura 36, per l'vnità, che ſono nel 9; adunque 4 multiplicato per 9, ſarà 36: Ma anchora il 3 multiplicato con il 12 ſarà 36; per tanto il numero fatto da 4, e da 9 è vguale a quello fatto da 3, e da 12, per la 19 del ſettimo; perche ſe quattro quantità ſaranno proportionali, il produtto, della multiplicatione della prima nella quarta, ſarà vguale al produtto della multiplicatione della ſeconda nella terza: Adunque, ſendo 4 prima, 3 ſeconda, & 12 terza, & 9 quarta, tale proportione ſarà dal la prima alla ſeconda, come dalla terza alla quarta: Onde per il noto habbiamo conoſciuto l'ignoto nelle proportioni, il quale è il numero 9, che ſtà nella proportione con 12, come fà il 3 con il 4; cioè, in ſeſquiterza.

Del diuidere vna quantità nota, ſecondo vna data, ò più proportioni note. Cap. XIII.

IL diuidere vna quantità nota ſecondo vna, ò più proportioni note, ſi potrebbe fare, che la quantità ſia rationale, e le proportioni irrationali; ouero la quantità irrationale, e le proportioni rationali; ouero la quantità, & le proportioni inſieme irrationali; ouero la quantità e le proportioni rationali inſieme; Nondimeno, ſendo l'intento noſtro di non porre coſa difficultoſa, habbiamo propoſto, che noi operiamo non ſolo, con le quantità rationali; ma

 inſieme

inſieme ancho con le proportioni; accioche tal coſa conoſca anchora ogni meno che mediocremẽte erudito nelle Mathematiche. Per queſto adunque porremo ſolamente duo eſſempi, l'vno ſarà, che la diuiſione d'vna quantità ſi faccia ſecondo vna data, propor tione & l'altro ſecondo più proportioni date.

Primo eſſempio; ſia la data proportione, come da 2 a 1, e la quantità ſia 12; la quale vogliamo diuidere in due parti, che l'vna all'altra oſſerui detta proportione; per l'vndecimo Capo di queſto, congiunghinſi i termini della data proportione inſieme, che ſono 3, & ſarà l'antecedente della noua proportione. Per il conſeguente pigliaremo qual ſi voglia termine, come il 2, & diremo, per la regola del paſſato capitolo; ſe 3 compoſito, compoſto della proportione vien da 2, da cui verrà 12? operando conforme, ſi trouarà per il quarto termine, che ne verrà, 8 il quale ſarà per vna parte, che detratto del tutto, rimarrà 4, la qual proportione ſarà da 8 a 4, come da 2 a 1, come ſi propone, & è dimoſtrato da Euclide nella 17.&18 propoſitione del 5 libro; ſe quattro quan tità ſaranno compoſte proportionali, diuiſe anchor ſaranno proportionali, cioè, ſe dalla prima alla ſeconda ſarà così, come dal la terza alla quarta, la proportione dalla prima, & la ſeconda vni te inſieme, ad eſſa ſeconda ſarà come dalla terza, & quarta inſieme giũte, ad eſſa quarta; ouero, ſe dalla prima, & dala ſeconda inſieme vnite ad eſſa prima ſarà come dalla terza, & quarta inſieme giunta ad eſſa terza, à tale proportione ſe le dice compoſta, & ſe le quattro quantità ſaranno così compoſte proportionali, la proportione ſarà dalla prima alla ſeconda, come dalla terza alla quar ta; & queſta ſi chiamarà diuiſa.

Secondo eſſempio; ſia la quantità data 252, & le proportioni date, come da 9 a 8, & da 8 a 4; ma perche l'8 è preſo due volte, le porremo in ordine in queſto modo 9,8,è 4, & vogliamo,
L'vndecimo capo. che 252 ſia diuiſa in tre parti, tal ch'oſſeruino le dette due proportioni; pongaſi inſieme il 9, l'8, e il 4 ſaranno 21, & queſta ſia ſempre antecedente nelle proportioni, che vogliamo inueſtigare, & per il conſeguente ſempre ſia vn de' tre termini delle due propor tioni, e la quantità 252 per l'antecedente della ſeconda propor

tione a ciaſcuna delle parti, che cerchiamo, facilmente s'haurà l'intento in queſto modo. Se il cõpoſito de 21 vien da 4, da cui verrà 252, multiplicando il 252 per 4, il produtto ſarà 1008, & queſto partiſcaſi per 21, l'auenimento ſarà 48: onde tal proportione haurà 252 a 48, quale hà 21 a 4, per quello, che ſi è dimoſtrato nel paſſato Capitolo: così 48 ſarà vna delle parte di 252, che cerchiamo per il termine, del 4, & cõ tal ordine ſeguendo per l'8, & per il 9, ſi ritrouarà 96, & 108, che giũte in ſomma 48, 96, 108, fanno giuſtamente 252, e tale proportione haurà 108 a 96, quale hà 9 all'8, & 96 a 48, quale hà 8 a 4, & queſto è dimoſtrato nella XXII propoſitione del quinto d'Euclide, il quale dice; ſe ſi pigliano quante grandezze, come ſi voglino, & altrettante di numero vguali, come A B C, & D E F, preſe a due a due, la medeſima proportione ſarà dalla A alla B, come dalla D alla E, & dalla B alla C, come dalla E alla F, Poiche la proportione della D alla E è ſi come dalla A alla B, & dalla E alla F, come dalla B alla C, ſeguitarà, che la proportione della D alla F, ſarà ſi come dalla A alla C. Adunque per l'vguale proportione li tre termini 108, 96, 48 ſaranno ſimili di proportione alli tre termini 9,8,4 delle due proportioni propoſte. Onde 252 è diuiſo nelle tre parti, come biſognaua. Si hà da ſapere, che con tal ordine ſi potria diuidere ogni propoſta quantità in quanti termini, ouer parti ſi voglia, i quali oſſeruino l'ordine d'altretante proportioni, & ſarà queſto modo molto vtile nella pratica della diuiſione delle alluuioni, perche ſeruirà in loco d'alcune operationi Geometriche, come ſaria diuidere vna linea retta ſecondo vna data, ò più proportione, ò diuidere anhco il parallelogrammo, & ſimilmente il triangolo, ò il terreno dell' alluuione frà molti intereſſati, ſecondo la proportione delle lor fronti.

A	B	C
9	8	4
D	E	F
108	96	48

Il fine del terzo Trattato.

MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI, DA QVELLO DI BARTOLO, ET DA GLI AGRIMENSORI DIVERSO,

Di Carlo Carazzi, detto il Cremona.

TRATTATO IIII.

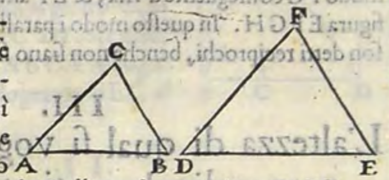
SI come fù promeſſo da noi di volere, dopò il ragionamento delle proportioni, parlare della diuiſione delle linee, e delle ſuperficie proportionate, hora verremo à trattarne; con queſta intentione però, che la diuiſione delle linee debba ſeruire à quella delle ſuperficie, eſſendo quella delle ſuperficie il noſtro principale intento. Porremo dunque in prima alcune Diffinitioni, & Dimande; dopò alcune Propoſitioni, che faranno al propoſito noſtro, con quel modo di procedere, che habbiamo tenuto nel ſecondo Trattato, anchorche iui foſſero poſti principij più vniuerſali, ma quà ſaranno più proprij, ſendo applicati alla proportione, che ci conduce al fine da noi deſiderato: Però porremo trè Diffinitioni.

DIFFINITION PRIMA.

Le figure rettilinee ſimili ſono quelle, che hanno ciaſcuno angolo vguale, &

d'intorno agli angoli vguali i lati proportionali.

Come ſono i duo triangoli A B C, D E F, ſe gli dice ſimili, quando ſaranno equiangoli, così che l'angolo A ſia vguale all'angolo D, & l'angolo



B all'all'angolo E, & l'angolo C all'angolo F, & i lati, che ſono attorno à gli angioli vguali, ſono proportionali, cioè come A B ad A C, così D E à D F; & come A B à B C, così D E ad E F, & come A C à C B, così D F ad F E.

Onde di quì è manifeſto, che tutte le figure rettitilinee equiangole, & equilatere, le quali hanno i lati, e gli angoli vguali, ſono ſimili, & proportionali.

II.

Le figure recriproche ſono quelle, che nell'vna, e nell'altra figura hanno i termini antecedenti, & conſeguenti di due portioni.

Come ſe nelli parallelogrammi A B C D, E F G H i lati A B, B C ſaranno così proportionali alli lati E F, F G, che dall'vno, & dall'altro habbino antecedenti, & coſequenti di diuerſe proportioni, cioè, che ſia quella proportione dalla AB, alla EF, come dalla F G alla B C, ouero A B ad F G, così E F ad B C; imperciochè nell'vno, & nell'altro modo

A B è antecendente d'vna proportione, & B C conseguente d'vn'altra nella figura A B C D: si come il primo modo E F è conseseguente d'vna, & F G antecedente dell'altra, ouero nel secondo modo F G conseguente d'vna, & E F antecedente dell'altra nella figura E F G H. In questo modo i parallelogrammi, & i triangoli son detti reciprochi, benche non siano simili.

III.

L'altezza di qual si voglia figura è la perpendicolare, tirata dalla sommità alle base.

Se dalla cima A del triangolo A B C alla base B C sia tirata la perpendicolare A D, si dice questa perdicolare esser l'altezza del triangolo A B C.

Delle dimande. Cap. II.

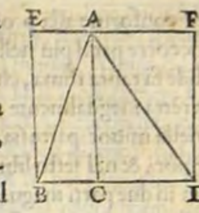
LE due presenti Dimande non ci seruono ad altro, che à prouare alcune Propositioni, che seguiranno; nè ci danno campo di dire altro, se non che posiamo noi seruircine quà per principij non dimonstrati, poich'elle sono Propositioni prouate da Euclide nel sesto Libro.

DIMANDA PRIMA.

Prima propositione del 6. d'Euclide.

Che i triangoli, & i parallelogrammi, che hanno la medesima altezza, sono fra loro, come le base alle base.

Come



Come i triangoli ABC, & A C D, & i parallelogrammi E C, & C F, i quali habbino la medesima altezza; cioè, la perpendicolare dal punto A, tirata al punto C, la proportione della base B C alla base C D, sarà, come dal triangolo A B C al triangolo A C D, & dal parallelogrammo E C al parallelogrammo C F.

I I.

Che qualsiuoglia triangolo segato con vna linea equidistante à qualsiuoglia lato, che i lati del segamento siano proportionali.

Come che il triangolo A B C segato dalla linea D E equidistante alla B C, la proportione dell' A E alla E B sia, come dall' A D alla D C: & questa è nota, essendo la seconda proposta dimostrata da Euclide nel sesto libro.

Del diuidere vna linea in due parti inegvali. Cap. III.

ANCHORCHE, in quei casi d'alluuioni, ne i quali bisogna ritrouare i siti delle linee diuidenti, si posson o ritrouare, & più facilmente con l'vgualità, il qual modo è assai manifesto dalla prima propositione del la perpendicolare al 5. Cap. nondimeno, perche sono alcuni casi, ne i quali chi volesse seruirsi della vgualità, sarebbe minor l'adito al fiume della portion diuisa; per questo dunque tal volta noi habbiamo voluto valerci della seguente Propositione: tanto più, essendo

N sendo

ſendo conforme alla proportione della inegualità (come quella che occorre per il più nelle diſtribuitioni) della quale propoſitione Euclide fà tanta ſtima, che nel 2. libro inſegna come ſi diuida vna linea retta inegualmente, che il rettangolo compreſo di tutta la linea nella minor parte ſia vguale al quadrato deſcritto ſopra della maggior, & nel ſeſto libro diffiniſce: quando vna linea retta ſarà ſegata in due parti ineguali, & la proportione, che hà tutta la linea alla maggior parte ſia così dalla maggiore alla minore, tal linea ſi dice eſſere ſegata ſecondo l'eſtrema, & meza proportione. Adunque da queſto, & da molte altre proprietà addutte dallo iſteſſo Euclide nel XIII. libro, & da Tolomeo nel primo libro dell'Almageſto al cap. 9. non ci è parſo di ſoperchio di porla in queſta Opera: oltra che habbiamo animo di moſtrar forſe altroue, che la preſente propoſitione ſia vtiliſſima, & quaſi neceſſaria in alcune ſorti di Machine. La conſtitutione di detta propoſitione ſarà miſta del modo d'Euclide, & di Tolomeo, & la dimoſtratione à modo noſtro.

PROPOSTA PRIMA.

Data vna linea retta, poſſiamo diuiderla in due parti ineguali, di modo che la proportione di tutta la linea, alla maggior parte, ſia come dalla maggior parte alla minore.

Sia la data retta linea A B, la quale biſogna diuidere in due parti ineguali; che la proportione della linea A B alla ſua maggior parte; ſia come la maggior parte alla minore. Tiriſi la linea retta C D, che ſottogiace all' A B, paſſando per il punto B, talmente, che la linea A B cada ſopra la linea

C D perpendicolarmente. Poi per il centro B, ſecondo l'interuallo A B deſcriuaſi il ſemicerchio C A D. Diuidaſi la linea B D in due parti vguali nel punto E; congiungaſi la A E, & facciaſi E G vguali ad A E; di modo, che ſe la C B foſſe la B A, ſaria diuiſa, come ſi propone; ma per diuidere la A B ſopra della B G, conſtituiſcaſi il quadrato B G I H. Dico dunque, che l' A B, per l' vgualità delle linee B G, e B H è diuiſa nel punto H, così la proportione della linea A B alla B H ſarà come dalla B H alla H A. Per dimoſtrar ciò, conſtituiſcaſi ſopra dell' A B il quadrato A B D F, il quale ſarà ſimile al quadrato B G I H. Dopò prolonghiſi la I H ſin tanto, che ſeghi la D F nell' L. Adunque il rettangolo G D in G B, inſieme con il quadrato di B E ſarà vguale al quadrato di G E, & per conſeguenza al quadrato di A E, per la ſeſta propoſitione del ſecondo libro d' Euclide, cauiſi il commune quadrato B E dall' vno, & dall' altro, il rettangolo G L ſarà vguale al quadrato di B F, ouero di A B; ma ſe il quadrato di B F è vguale al rettangolo G L, cauiſi il commune rettangolo B L, il rimanente G H ſarà vguale al rimanente H F, per la XI. propoſitione del ſecondo d' Euclide; ma ſe il quadrato G H è vguale al rettangolo H F, & che gli angoli I H A, & A H L ſiano vguali, le figure ſaranno reciproche, & hauranno i lati antecedenti, & conſeguenti di due proportioni; cioè, la L H, alla H I, così la B H alla H A, ouero la I H alla H A, così L H alla H B: Adunque il rettangolo dell' A B in A H ſarà vguale al quadrato di G H, ſe la multiplicatione, di A B in A H è vguale alla multiplicatione di B H in ſe medeſima, le trè linee A B, B H, & H A ſaranno continue proportionali, & la proportione della B A alla H A ſarà compoſta delle due proportioni di B H alla H A, cioè, che dalla ſuperficie A B D F alla ſuperficie H B D L, ſarà ſi come dalla ſuperficie H B D L alla ſuperficie H L F A, & per conſeguenza dalla baſe A B alla baſe B H, & dalla baſe B H, alla baſe H A. Dunque la linea A è diuiſa nel punto H in due parti ineguali, ſi come biſognaua.

Prima propos. del' 8. Cap. del 2. trat.

Prima del medeſimo.

Diffinitione 2. di queſto.

Per il x. Cap. 3. Trat.

Dimanda prima di queſto.

Delle Propoſitioni del diuidere il Parallelogrammo rettangolo con proportione. Cap. IIII.

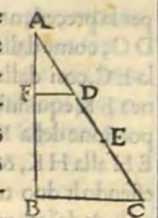
PERCHE, regolata, che ſarà la figura dell'alluuione, e ridotta in forma di rettilineo, noi formiamo vn parallelogrammo vguale ad eſſo, diuiſo proportionatamente, ſecondo la ragione delle fronti de' confinanti d'eſſa alluuione, è molto neceſſario ſaper diuidere il detto parallelogrammo, ſecondo più proportioni date; anchorche poteſsimo formare vn triangolo, & ogni altra ſpecie di figura rettilinea vguale alla medeſima dell'alluuione, & diuiderla con la medeſima ragione: nondimeno ci concorrerebbe forſe più difficoltà nella diuiſione, che non ſarebbe nella ſteſſa figura dell'alluuione; però ſtaremo sù quella del parallelogrammo rettangolo, come figura più nota, & più ſemplice; circa alla diuiſione, laſciaremo tutte le altre, penſando che eſſe debbono naſcere nelle alluuioni regolate: ma perche queſto non può farſi, nè prouarſi, ſe non ſi ſega vna linea, ſecondo vna data proportione; nè parimente può ſuccedere queſto, ſe non ſi ſega vna linea non diuiſa, ſimile alla diuiſa; ma biſogna ſaper tagliare d'vna linea vna ordinata parte; perciò porremo quattro propoſitioni à queſto effetto, per diuidere il parallelogrammo, le quali parimente potrebbono ſeruire a chi voleſſe con più proportioni diuidere il triangolo; ma non con linee equidiſtanti.

PROPOSTA PRIMA.

9. propoſ. del 6. d'Euclide.

Poſsiamo tagliare d'vna linea retta vn' ordinata parte.

Sia la data retta linea A C, nella quale biſogni ſegare vn' ordinata parte; proponghiſi, che vogliamo tagliare vna parte, come ſi



voglia della linea A C: Hora ſia la terza parte quella, che vogliamo ſegare; facciamo dunque qualſiuoglia angolo con la linea A B, applicandola con l'A C nel punto A; perilche diuidaſi detta linea A B nelle tre parti vguali A D, D E & E B; ouero dal punto A pigliſi tre parti a ſuo piacere; ma che l'vna ſia vguale all'altra; dopoi congiungaſi la B C, & per D tiriſi la linea D F equidiſtante alla B C. Dico A F eſſere la terza parte di A B; percioche il triangolo A B C è ſimile al triangolo A F D; perche l'angolo D F A è vguale all'angolo B C A; per la 29. propoſitione del primo d'Euclide; ſendo che le due linee B C, & D F ſono parallele; per la conſtrutione adunque, ſe vn triangolo ſarà ſegato da vna linea equidiſtante ad vn de i lati, come è il triangolo A B C dal la linea D F, li duo triangoli A B C, A D F ſaranno de' lati proportionali; e tale proportione ſarà dalla B D alla D A, come dalla C F alla F A; per la ſeconda Dimanda di queſto. Componendo adunque la C A ad F A, ſarà come della B A alla A D; ma A C è in tripla proportione con la A F, così ſarà per la conſtruttione la A B alla A D; ma A D è la terza parte di A B; adunque A F ſarà la terza parte di A C: onde habbiamo dalla linea retta A C ſegato A F parte ordinata, come faceua biſogno.

11. Cap. del 3. Trat.

1. Dif. di queſto.

II.

Poſsiamo ſegare vna data retta linea non ſegata ſimile ad vna ſegata.

10. Propoſ. del 6. d'Euc.

Sia la data retta linea non ſegata A B, la quale biſogni ſegare nelle parti proportionali ſimili alla linea ſegata A C, nelle parti A E, E D, & D C applichinſi dunque le due linee A B, & A C in qualſiuoglia angolo B A C; dopoi congiunghiſi la B C per D, & per E tirinſi le due linee D G, & E F equidiſtanti alla B C: Dico, che la linea A B vien ſegata nelle parti proportionali F, & G

3. Propoſ. del 6. Capo. del 2. Trat.

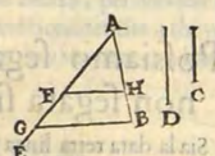
per la precedente propoſitione, tale proportione è dalla A D alla D C, come dalla A G, alla G B, & dall' A E alla E C, così dalla A F alla F G, tiriſi anchora la linea E K equidiſtante alla A B, Di nouo la proportione della E D alla D C ſarà ſi come dalla E H alla H K, & per cōſeguenza da F G alla G B; eſſendo li duo triangoli A C B, E C K equiangoli, & de'lati proportionali per la ſeconda Dimanda di queſto; Et, poiche li detti triangoli ſono equiangoli, le due linee E K, & F B ſono vguali, & la proportione della E H alla H K, così la F G alla G B, & per conſeguenza dalla E D alla D C, per là x I. propoſitione del quinto d' Euclide. Onde la linea A B non ſegata è ſegata in le parti A F, F G, & G B, ſimili alle parti A E, E D, D C della linea A C, come ſi richiedeua.

Dalla precedente propoſitione ſi caua di poter ſegare in due parti vna linea retta ſecondo vna data proportione.

III.

Poſsiamo ſegare vna linea retta in due parti ſecondo vna data proportione.

Sia la data retta linea A B, e la proportione come quella della D alla C, biſogni ſegare l' A B nelle due parti, ſecondo la proportione della D alla C. Si applichi alla linea A B la linea A E, che faccia qualſi



uoglia angolo con l'A B. Dopoi tagliſi l' A F vguale alla D, & la F G vguale alla C, & giunghiſi la G B, & tiriſi la F H equidiſtante alla G B per la propoſitione terza del 6. Cap. Dico l' A B eſſere ſegata nelle due parti nel punto H, come ſi propone per la prima propoſitione di queſto Capo: perche tale proportione hà l' A H alla H B, come l' A F. alla F G; ma la A F è fatta vguale alla D, & F G alla C, & poiche la proportione del

3. Propoſ. del 4. Cap. del 2. Trat.

2. Trat.

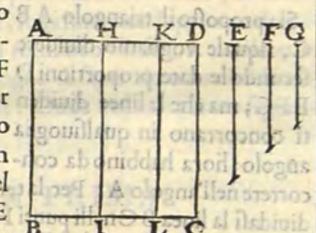
la A H alla H B, è ſi come dall' A F alla F G, ſarà la proportione della A H alla H B, come è dalla D alla C, ilche biſognaua fare.

Et ſi hà da ſapere che con queſto modo ſi può diuidere vna linea in più proportioni, che oſſeruino altrettante proportioni propoſte, col congiungerle inſieme, come ſi vedrà nella ſeguente propoſitione.

IIII.

Poſsiamo diuidere vno Parallelogrammo, ſecondo più Proportioni date, & con linee equidiſtanti.

Ma hora ſia il Parallelogrammo A B C D, ilquale biſogni diuiderſi, ſecondo le Proportioni date E F G; ma con linee equidiſtanti. Per voler far queſto diuidaſi qualſiuoglia lato B C nelli punti I, & L, in tal guiſa, che la Proportione della B I alla I L ſia come dalla E alla F; & dalla I L alla L C, come



dalla F alla G, per la precedente propoſitione: Poi tirinſi le linee I H, & L K equidiſtanti alla A B, ouero alla C D, per la terza Propoſitione: dico il Parallelogrammo A B C D eſſer diuiſo nelli tre parallelogrammi A B I H, I H K L, K L C D, che fanno le proportioni, come ſi propone; percioche ſēdo li parallelogrāmi in vna medeſima baſe, & d'vna iſteſſa altezza, ſono proportionali per la prima Dimanda di queſto: Onde la Proportione del Parallelogrammo A I, A L, H L, e ſi come la baſe B I alla I L, & il parallelogrammo H L alla K C, come la baſe I L alla L C. Adunque ne ſegue, che la proportione del parallelogrammo A I all' H L è come la proportione dalla E alla F, & il parallelogrammo H L alla K C, come dalla F alla G. In tal modo il parallelogrammo A B C D è di-

3. Propoſ. 6. Capo. 2. Trat.

uiſo, ſecondo le proportioni date E F G, & con le linee H I, K L equidiſtanti alli lati A B, C D, come ſi propoſe.

Hò detto nel preſette Cap. che il triangolo ſi può diuidere ancho eſſo con più proportioni; ma non con linee equidiſtanti: Hora dico, & è da notare; che, ſe non foſſe la diuiſione fatta nel triangolo con linee equidiſtanti, non ſi potrebbono diuidere l'alluuioni, ò il rettilineo ſimile allo inſcritto in eſſa vguale al parallelogrammo; & anchora non ſi potrebbe per nolti intereſſati hauere l'adito al fiume, & maſsime nell'alluuioni di più ripe: ma perche in queſto loco non ci occorre tal diuiſione, baſtarà hauere accennato, & ancho hauer dato il modo, come ſi diuida con più proportioni propoſte, ſerbando à dire nel quinto trattato, come egli ſi diuida con linee equidiſtanti.

Sia propoſto il triangolo A B C, ilquale vogliamo diuidere ſecondo le date proportioni D E F G; ma che le linee diuidenti concorrano in qualſiuoglia angolo; hora habbino da concorrere nell'angolo A. Per la terza propoſitione di queſto capo; diuidaſi la linea B C nelli punti H I K così, che tal proportione ſia dalla B H alla H I, come dalla D alla E; & dalla H I alla I K, come dalla E alla F, & dalla I K alla K C, come dalla F alla G; poi congiunginſi A H, A I, A K, le quali dico, che diuidano il triangolo A B C, come ſi propone: la ragione è ſimile à quella del parallelogrammo, che le ſuperficie, le quali ſono in vna medeſima altezza hanno la proportione frà loro, come la baſe alla baſe; poiche il triangolo A B H al triangolo A H I, hà la proportione, come dalla B H alla H I, ſeguitarà che la proportione del triangolo A B H al triangolo A H I, ſarà come dalla D alla E; & così ne gli altri accade; Onde il triangolo A B C è diuiſo, come biſognaua.

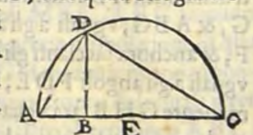
Prima Diuiſ da di queſto.

Del conſtituire vn Rettilineo ſimile ad vno, & vguale ad vn' altro. Cap. V.

DOPÒ l'operatione del parallelogrammo (diuiſo, come ſi è detto di ſopra) ne ſeguita la conſtitutione d'vn rettilineo, ſimile alla figura dell'alluuione regolata, & vguale al detto parallelogrammo. Onde debbiamo vedere come ſi conſtituiſca vn rettilineo ſimile ad vno, & vguale ad vn'altro; tanto più, che ci ſarà biſogno ancho nella diuiſione ſteſſa per alcuni caſi, come nel Cap. 7, al 3 caſo per la portione di Lutio, & nel Cap. XI. al primo caſo per le portioni di Cefalo, & Caio, & al XII. Cap. nelle portioni di Geroaſtro, & di Lutiò. Ma ciò non poſsiamo fare, ſe prima non ſappiamo deſcriuere ſopra vna data rettalinea vn rettilineo ſimile, & ſimilmente poſto; ilche volendo fare, fà biſogno di ſaper ritrouare frà due linee date la mezana proportionale. Onde vedremo le tre ſeguenti propoſitioni.

PROPOSTA PRIMA:

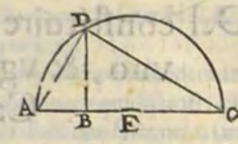
Date due linee rette, poſsiamo trouare la mezana proportionale.



Siano le due linee rette date A B, & B C, alle quali biſogni trouare la mezana proportionale; pōghinſi per dritto le due linee, com'è la linea A C, & per la prima propoſitione del quinto Cap. diuidaſi la linea A C in due parti vguali nel punto E, & per il centro E, ſecondo l'interuallo E A deſcriuaſi il mezo cerchio A D C: dopò per B per la ſeconda propoſitione del quinto Cap. tiriſi la B D perpendicolare alla A C, ſino alla circonferenza A D C: Dico B D

2. Tratt.

essere la mezana proportionale; percioche congiungendosi A D, & D C, per la 31 propositione del terzo d'Euclide, l'angolo A D C nel semicerchio sarà retto, & il triangolo A D C rettangolo; se dunque dall'angolo retto del triangolo A D C cada vna linea retta, come la D B nella base A C, sarà la linea ricercata per il Corrollario dell'8 propos. del 6 libro d'Euclide; onde tale proportione sarà dalla A D alla A B, come dalla D C alla D B; oltradiciò, se la B D è mezana proportionale, il rettangolo dell'A B nella B C sarà vguale al quadrato descritto sù la B D; dunque la proportione del quadrato di B C al quadrato di B D sarà si come il quadrato di B D al quadrato di A B, & la proportione del lato B C al lato B A è duplicata. Per questo dunque alle due date linee A B, & B C habbiamo trouata la linea B D mezana proportionale; ilche bisognaua fare.



Cap. 8. 2. Proposit. 2. Tratt.

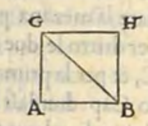
10. Cap. del 3. Tratt.

II.

Posiamo sopra vna data retta linea descriuere vn rettilineo simile, & similmente posto ad vno rettilineo dato.

18. Propos. del 6. d'Euclide.

Sia la data retta linea A B, & il dato rettilineo C D E F, & bisogni sopra la data retta linea A B descriuere vn rettilineo simile, & similmente posto, come C D E F, giunghisi la F D, & nelli punti della linea A B constituischinsi gli angoli B A G, & A B G, vguali à gli angoli F C D, & C D F, & anchora faccianfi gli angoli G B H, B G H, vguali à gli angoli F D E, D F E, & l'angolo rimanente G H B sarà vguale al rimanente F E D, per la 4 propositione del primo d'Euclide: poiche il triangolo B A G è equiangolo al triangolo D C F, la proportione della B A all'A G è si come dalla D C alla C F, per la propositione 4 del 6 d'Euclide. Di nouo, se la proportione dell'A



2. Proposit. 6. Cap. 2. Tratt.

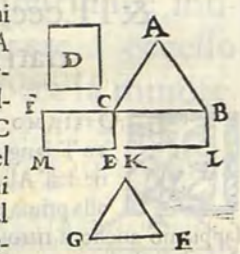
B, alla B G sarà come dalla C D alla D F, seguirà, che la proportione della B H alla H G, sarà come dalla D E alla E F; essendo, adunque l'vno, e l'altro delli triangoli G A B, G H B, simili all'vno, & all'altro delli triangoli F C D, F E D, saranno anchor de' lati proportionali, & sarà tutto il rettilineo A B H G simile à tutto al rettilineo C D E F per la construtione. Adunque sopra la linea A B habbiamo constituito il rettilineo A B H G, simile & similmente posto al rettilineo C D E F, come bisognaua fare.

III.

Posiamo constituire vn rettilineo simile ad vn rettilineo dato, & uguale ad un'altro.

25. propos. del 6. d'Euclid.

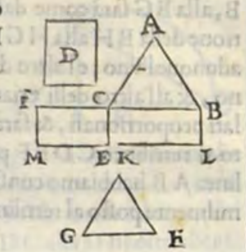
Sia il dato rettilineo A B C, & bisogni constituire vn rettilineo simile ad esso A B C, & vguale al rettilineo D, per la terza propositione del 7 Cap. applichisi alla linea C B il parallelogrammo B L E C vguale al rettilineo A B C, & alla C E, nel l'angolo C E M per la medesima applichisi il parallelogrammo C E M F vguale al rettilineo D; di modo che nella construtione l'angolo C E M sarà vguale all'angolo C E L, sendo le linee M E, & E L per dritto, & faranno vna linea sola, & il simile faranno le due F C, & C B; dunque gli angoli M F C, L B C contraposti à gli angoli M E C, L E C saranno vguali per la 30 Diffinitione; poi per la prima propositione di questo capo alle due linee F C B, trouisi la G H mezana proportionale; & sopra alla G H per la precedente propositione descriuasi il rettilineo G H K simile, & similmente descritto al rettilineo A B C: percioche, come è la proportione della B C alla C F, così è al rettilineo A B C al rettiluneo G H K, & per conseguenza al parallelogrammo B C E L al parallelogrammo C F M E, permutando,



2. Trat.

3. Cap. alla Dignità.

2. Trat.



ſi come il rettilineo A B C, al parallelogrammo B C E L, coſì il rettilineo G H K al parallelogrammo C F M E: Ma il rettilineo A B C è fatto vguale al parallelogrãmo B E, & il rettilineo D vguale al parallelogrammo E F, per la conſtruttione adunque il rettilineo G H K è vguale al parallelogrammo E F, & per conſeguenza al rettilineo D. Onde ſi è conſtituito il rettilineo G H K ſimile al rettilineo A B C, & vguale al rettilineo D dato; ilche fare biſognaua.

Del trouare la Quarta proportionale, & l'Eceſſo di due rettilinei dati. Cap. VI.

POSSIAMO dire, che nello ſminuire, & accreſcere vn Triangolo ſtia tutta la concluſione della Diuiſione dell' Alluuione; ma non ſi può ciò fare; ſe, (oltra alla prima propoſitione del paſſato capitolo,) non ſappiamo anchora ritrouare la Quarta proportionale à trè linee date, e parimẽte ritrouar l'Eceſſo, ò la proportione trà dui dati rettilinei. Onde ſarà bene ſapere le due ſeguenti propoſitioni.

PROPOSTA PRIMA.

Poſsiamo date tre linee trouare la Quarta proportionale.

Siano le tre linee rette date A, B, C, alle quali biſogni trouare la quarta proportionale, congiunghiſi le due linee D E, & D F in qualſiuoglia angolo E D F, e ponghiſi la D G vguale alla A, & la

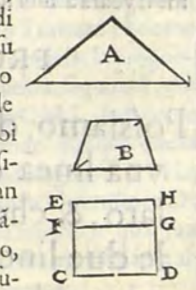
G E vguale alla B, & la D H vguale alla C; dopoi congiunghiſi la G H, & per la E tiriſi la E F equidiſtante alla G H. Dico la H F eſſere la quarta proportionale; percioche, ſe la D G è vguale alla A, & la G E vguale alla B, & la D H vguale alla C, ſeguitarà, che la proportione della D G alla G E, ſarà ſicome dalla A alla B, & la F H alla D H ſarà ſicome dalla F H alla C. Adunque alle tre linee rette A B C ſi è trouata la F H quarta proportionale, come era conueniente.

6. Cap. 3. Propoſ. 2. Trat.

2. Propoſ. del 4. Cap. di queſto.

I I.

Propoſte due ſuperficie rettilinee inuguali, poſsiamo conoſcere l' eceſſo della maggiore, che ſupera la minore.

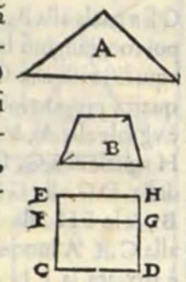


Siano le due ſuperficie rettilinee A maggiore, & B minore, nelle quali vogliamo conoſcere di qual grandezza la ſuperficie A auanzi, ouero ſuperi la ſuperficie B; facciaſi il parallelogrammo C E H D in qualſiuoglia angolo C, & vguale alla ſuperficie A, per la quarta propoſitione. Poi ſopra alla linea C D conſtituiſcaſi per la medeſima il parallelogrammo C D G F nello ſteſſo angolo C vguale alla ſuperficie B; il parallelogrãmo dunque F G H E, dico eſſere il ſoprauanzo, dal quale vien ſuperata la ſuperficie B dalla ſuperficie A. Percioche, ſe il parallelogrammo E C D H è vguale alla ſuperficie A, & auanza il parallelogrammo C D G F nella ſuperficie F G H E (poiche il parallelogrammo C D G F è vguale alla ſuperficie B) ſeguitarà, che ancho la ſu-

7. Cap. 2. Trat.

perficie A ſuperi'la ſuperficie B nel parallelográ mo F G H E, & la proportione del parallelogrammo C D H E al parallelogrammo C D G F è sì come dalla H D alla D G, & la medeſi ma ſarà dalla ſuperficie A alla ſuperficie B. Adunque per le coſe dette habbiamo l' eccеſſo, che ſi troua infrà la ſuperficie A, & la ſuperficie B, come biſognaua.

Cap. 2. 1. Dimãda di queſto.



Del diminuire, & accreſcere vn Triangolo. Cap. VIII.

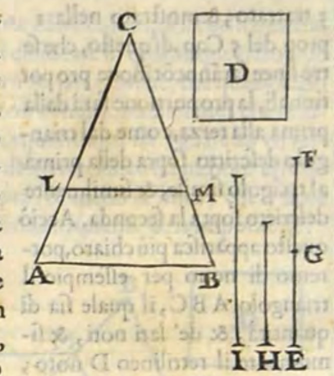
NEL rettilineo ſimile alla figura dell' Alluuione regolata, & vguale al parallelogrammo, occorre per il più prolongare alcuni de i lati del detto rettilineo per formare i triangoli, i quali poi ſi accreſchino, ò ſminuiſchino ſecondo il biſogno per formare le linee diuidenti, ſi come ſi vedrà a' ſuoi luoghi, & poi dell' accreſcere il Triangolo.

PROPOSTA PRIMA.

Poſsiamo diminuire vn triangolo con vna linea equidiſtante à qualſiuoglia lato, & che la ſuperficie compreſa dalle due linee equidiſtanti ſia vguale ad vn rettilineo dato; perciò biſogna, che il rettilineo dato ſia minore d'eſſo triangolo.

Sia il

Sia il triangolo A B C, & il dato rettilineo D, & biſogni, con vna linea equidiſtante, ſegare vna ſuperficie quadrágola vguale al rettilineo D del Triangolo A B C, & che la linea del ſegamento ſi opponga à qualſiuoglia lato: hora opponngaſi il lato A B. Prima, per la ſeconda propoſitione dell' antecedente Capo, trouiſi l'ecceſſo trà il triangolo A B C, & il rettilineo D, perilche porremo per lo ſpatio



del triangolo A B C la linea E F, & la F G per quello del rettilineo D; la differenza dunque ſarà la G E: poi, alle trè linee E F, G E, & à qualſiuoglia delle due B C, trouiſi la H quarta proportionale, & ancho alle due, B C, & H, per la prima propoſitione del 5 Capo, trouiſi la I mezana proportionale. Dopoi tagliſi la C M della B C vguale alla I, & dal punto M finalmente tiriſi la M L equidiſtante alla A B. Dico la figura quadrangola A B M L eſſere vguale al rettilineo D: percioche la proportione del triangolo A B C, al triangolo C M L (per il x Cap. del terzo Trattato) è come la proportione della B C alla C M duplicata, e poiche la proportione de i triangoli è come quella de i lati duplicata, ſeguitarà, che la proprtione del triangolo A B C al triangolo C M L, ſarà come la proportione della E F, alla G E; permutando dunque quella proportione, che hà il triangolo A B C al quadrangolo A B M L, ſarà come dalla E F, alla G F, & per conſeguenza al rettilineo D; Onde del triangolo A B C habbiamo ſegato la ſuperficie quadrangola A B M L per la conſtruttione con la linea M L equidiſtante alla B A, vguale al rettilineo D dato, come biſognaua.

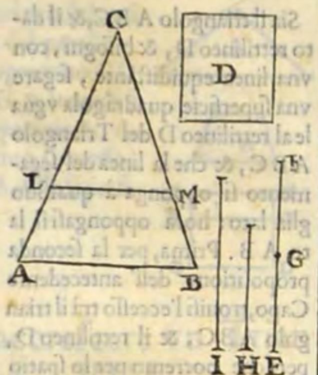
3. Propoſit. 4. Cap. 2. Tratt.

COROLLARIO.

Di quì è manifeſto per quello, che ſi è detto nel x. Cap. del

3 trattato,

3 trattato, & mostrato nella 1 prop. del 5 Cap. di questo, che se trè linee saranno cōtinoue proportionali, la proportione sarà dalla prima alla terza, come dal triangolo descritto sopra della prima al triāgolo simile, & similmente descritto sopra la seconda. Acciò questo apparisca più chiaro, porremo di nouo per essempio il triangolo A B C, il quale sia di quantità, & de' lati noti, & similmente il rettilineo D noto;



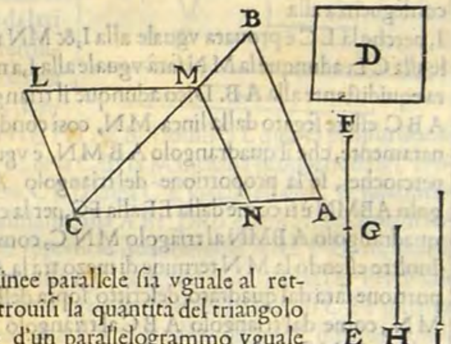
cioè, che la superficie del triangolo A B C sia 12 & per consequenza quella della linea E F, il lato A B 4, B C 6, & A C rad. 52, & il rettilineo D 6, la G F 6, & l'eccesso G E 6. Dunque douendo essere il conseguente H, alla B C, come l'eccesso G E 6, alla E F 12, & la I, ouero C M sarà rad. 18, & meza proportionale trà la B C, & la H: onde le trè linee B C; M C, & H, sono continoue proportionali; sendo dunque dal punto M tirata la M L equidistante alla A B, forma il triangolo L M C simile, & similmente descritto al triangolo A B C. Adunque tal proportione sarà del triangolo A B C al triangolo L M C, come dal quadrato descritto sopra della B C al quadrato di M C, che altro non vuol dire, che la proportione della B C alla M C sia duplicata; cioè, come quella della B C alla H; ouero dalla E F, alla G E. Onde da questo, si raccoglie, che tutte le figure rettilinee simili & similmente descritte hanno quella proportione frà loro, che hanno i quadrati de i lati corrispondenti.

Vn'altro modo si troua per diminuire vn triangolo tolto dalla 26 propositione del 1 lib. della prospettiua di Vitteleone molto vtile, & necessario, nella pratica del diuidere l'alluuioni; il quale vsaremo in questo luogo tutto Geometrico, & nel fine del quinto trattato con numeri, & con la pratica Agrimensoria.

Hauendo dunque conosciuta la proportione delle figure rettili

nee simili, & similmente descritte essere come quella delli quadrati de' lati corrispondenti, si potrà collocare in qualunque triangolo vna linea retta equidistante ad' vn de' lati, talmēte, che quella seghi vna portione d'esso triangolo, così conditionatamente, che la superficie, che sarà trà le due linee equidistanti sia vguale ad vn rettilineo dato; però bisogna, che detto rettilineo sia minore ch'esso triangolo, come fù detto di sopra, & ancho la linea, che si deue collocare del lato, che se le oppone, altrimente saria impossibile.

Anchora sia il triangolo A B C, & il rettilineo dato D, & si voglia collocare vna linea retta in esso triangolo A B C equidistante ad vno de' lati, e fare che la superficie,



che sarà frà le due linee parallele sia vguale al rettilineo D. Prima trouisi la quantità del triangolo A B C; cioè il lato d'un parallelogrammo vguale ad esso, ilquale poniamo che sia la E F, & quello del rettilineo D concediamo essere la F G: la differenza adunque, ò l'eccesso, che dire vogliamo, sarà la G E. Poi trouisi vn conseguente alla linea A B, che stia nella proportione con essa, come il conseguente G E alla E F, & sia la H. Anchora constituischisi vna linea, che il quadrato descritto sopra di essa sia vguale al rettangolo prodotto dalle due linee A B, & H, ilquale sia la I; adunque la linea I sarà quella, che si deue collocare nel triangolo A B C, che stà nella proportione, con il quadrato di A B, come la E F, alla E G. Hora volendo collocare detta linea I nel triangolo A B C, tirisi dall' angolo C la linea C L equidistante alla A B. Poi taglisi della C L la linea C L vguale alla I; & dal punto L tirisi la L M, equidistante alla C A, allungata sin tanto, che la seghi la C B nel punto M, & in esso constituiscasi l'angolo L M N vguale all'an-

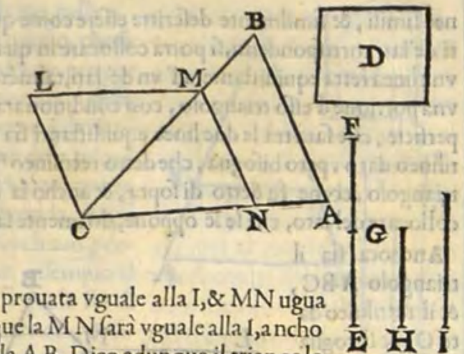
1. Proposi. del preceden te Cap.

2. Proposi. dell' 8. Cap. del 2. Tratt.

3. Proposi. del 4. Cap. del 2. Tratt.

2. Proposi. del 6. Cap. 2. Tratt.

golo N C L. Dico, essendo li due angoli contraposti vguali, la linea M N esse re vguale alla C L, per la diffinitione de' paralle logrãmi, & per conseguenza alla I, perche la L C è prouata vguale alla I, & MN ugua le alla C L; adunque la M N sarà vguale alla I, ancho ra equidistante alla A B. Dico adunque il triangolo A B C essere segato dalla linea M N, così conditionatamente, che il quadrangolo A B M N, è vguale al rettilineo D: percioche, se la proportione del triangolo A B C al quadrangolo ABMN è si come dalla EF alla FG, per la cõstruttione; sarà dal quadrangolo A BMN al triãgolo M N C, come dalla GF alla G E. Inoltre essendo la M N termine di mezo trà la A B, & la H, la proportione sarà dal quadrato descritto sopra della A B al quadrato M N, come dal triangolo A B C al triangolo C M N. Dunque la linea M N sega il triangolo A B C, come si propone: cioè, che il quadrangolo A B M N è vguale al rettilineo D.



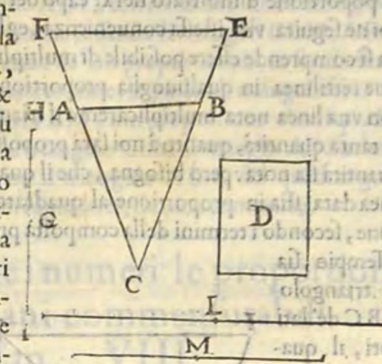
1. Digniti 3. Cap. 2. Trat.

I I.

Posſiamo accreſcere infrà qualſiuoglia di duo lati protratti d'ogni triangolo vna ſuperficie quadrangola vguale adun rettilineo propoſto, la quale habbia vna linea equidiſtante all'altro lato di detto triangolo.

Sia il

Sia il triangolo ABC infrà qualsiuoglia di duo lati protratti, come C A, C B in E, & F infiniti; & bisogni cõstituire vna superficie quadrãgola, vguale al rettilineo proposto D, con vna linea equidistante alla A B, trouisi la proportione, che è dal triangolo A B C al rettilineo D, la quale è come dalla H G alla G I; dunque alle tre linnee H G, H I, C B, trouisi la L quarta proportionale: Dopoi infrà la L, & la C B, la M mezana proportionale: Dopoi seghisi dalla linea C E la linea C E vguale alla M, & finalmente tirisi la E F equidistante alla A B: Dico essere accresciuto il triangolo AB C, della superficie quadrangola A B E F serrata dalla linea E F equidistante alla AB, & vguale al rettilineo D. Percioche componendo adũque la proportione del triangolo C E F insieme con il quadrangolo A B E F sarà come dalla H I insieme con la G I alla G I. Diuidẽdosi anchora la proportione, sarà adũque dallo eccesso, che la grandezza del triangolo E F C, supera il trangolo A B C, come lo eccesso della grandezza della linea H I supera la G I; poiche la proportione del triangolo A B C al quadrangolo A B E F, è si come dalla G H alla G I, seguitarà, che il triangolo A B C hauerà la medesima proportione al rettilineo D: che la linea E F sia equidistante alla A B, è manifesto per la construttione: Adunque si è constituita infrà li due lati protratti C A, C B del triangolo A B C, la superficie quadrangola A B E F, vguale al rettilineo D dato, con la linea E F equidistante all' altra A B il che era di bisogno.



Proposi. 2. del 6. Cap. di questo.

Proposi. 10. del 6. Cap. di questo.

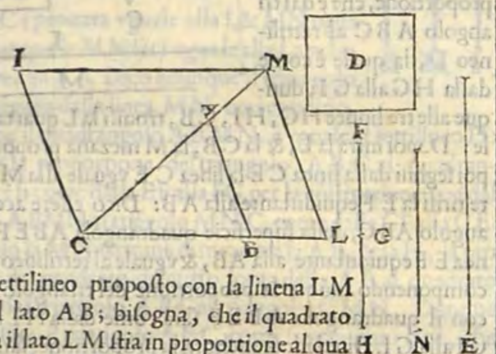
Proposi. 1. del 5. Cap. di questo.

Proposi. 3. al Cap. 6.

Per le cose dette nel corollario di sopra si hà da sapere, che questa propositione è il conuerso della prima di questo; ne ci occorre in questa, se non che si componghino i termini della poportione dimoſtrato nel XI capo del 3 Trattato: del reſtante poi ne ſeguita vna iſteſſa conuenienza; egli è ben vero, che da queſta ſi comprende eſſere poſsibile di multiplicare qualſiuoglia ſuperficie rettilinea in qualſiuoglia proportione data. Noi dunque con vna linea nota multiplicaremo il triangolo A B C de' lati noti di tanta quantità, quanto à noi ſarà propoſto il rettilineo D, la cui quantità ſia nota: però biſogna, che il quadrato deſcritto ſopra la linea data ſtia in proportione al quadrato del lato, che ſe gli oppone, ſecondo i termini della compoſta proportione.

11. Cap. 3. Tratt.

Eſſempio, ſia il triangolo A B C de' lati noti, il quale vogliamo multiplicare nella ſuperficie quadrangola ABLM, vguale alla



quantità del rettilineo propoſto con la linena L M equidiſtante al lato A B; biſogna, che il quadrato deſcritto ſopra il lato L M ſtia in proportione al quadrato deſcritto ſopra dell' A B, come i termini compoſti della proportione del triangolo A B C al rettilineo D, à eſſo rettilineo D; ſia come prima la proportione della F G alla GH. trouiſi alle tre linee, G H, F H, & A B, la E quarta proportionale; Dopoi trouiſi la N, che il quadrato ſopra di quella deſcritto ſia vguale al rettãgolo dell'AB nella E. tiriſi dopoi la C I ſopra la CB equidiſtante alla A B, tagliſi la C I vguale alla N, & per I tiriſi la I M, ſin tanto ch'ella ſi congiunga con la C A protratta nell' M, & equidiſtante alla C B, & dal punto M tiriſi la M L parallela alla C I, ſinche concorra con la C B prolungata nel punto L. Dico, che il triangolo A B C è accreſciuto dalla ſuperficie quadrangola A B L M vguale al rettilineo D con la linea L M equidiſtante alla A B, & il quadrato di quella eſſere in proportione del quadrato

2. Propoſit. 8. Cap. 2. Tratt. 3. Propoſit. 6. Cap. del 2. Tratt.

di A B, ſi come al triangolo A B C, & il rettilineo D inſieme giunti à eſſo rettilineo D; percioche, eſſendo li triangoli CL M, A B C ſimili, & equiangoli, ſaranno de' lati proportionali, & ſarà la dimoſtratione di quella dell' antecedente; & poiche li triangoli ſono ſimili, il quadrato della linea L M ſtà in proportione con il quadrato del lato A B, come dal triangolo CLM al trianglo ABC; adunque habbiamo accreſciuto il triangolo A B C del quadrangolo A B L M, con le cõditioni ſopradette, ſi come conueniua.

1. Diffi. del primo Cap. di queſto.

Del trouare nei numeri le proportioni di duò piani commenſurabili. Cap. VIII.

HAVENDO noi intentione di cauare vna pratica, come habbiamo detto, la quale faciliti l'operationi allo Agrimenſore mediocremente erudito nelle Mathematiche, habbiamo propoſto moſtrar il modo, come ſi deua trouare la proportione di due piani commenſurabili, nei Numeri; alla quale dimoſtratione baſtano ſolamente due propoſitioni, l'vna del trouare i numeri delle proportioni, l'altra di ſapere la maggior loro commune miſura.

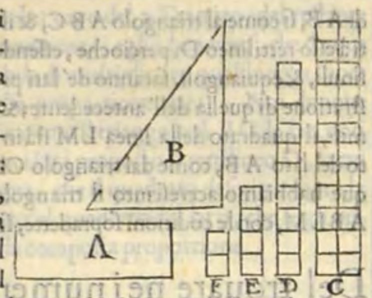
PROPOSTA PRIMA.

Dati due piani miſurati da commune miſura, poſsiamo trouare la loro maggiore commune miſura.

Siano li due piani A, & B miſurati da commune miſura, & biſogni trouare la loro commune miſura; cioè la maggiore, che poſſa miſurare l'A, & la B; Hora poniamo, che la quantità C ſia vguale alla B; & la D vguale alla A. Dico, che la quantità D mi

2. Proposi- del 7. libro d'Euclide.

ſura la C, ouero non la miſura; perche; ſe la D miſura la C, miſurarà anchora ſe medeſima. ſaria adunque la D la commune miſura della C, & della ſteſſa D: Onde manifeſto appare, che la C è maggiore, che la D: ouero la B maggiore della A, ſe la C è maggiore della D, ſarà impoſsibile, che la C miſuri la D, per la ſeconda propoſitione del x libro d'Euclide; però ſi deue detrarre la D dalla C, tante volte, ſinche reſti vna quantità minore di eſſa D, ſi come ſaria la E, & eſſa E ſia detratta dalla quantità D, ſinche reſti la quantità F, la quale ſia minore della E, & così à uicenda; ſin tanto, che reſti vna miſura, che miſuri la precedente. Però diremo in queſto caſo, che la F ſia la maggior commune miſura, che miſuri la C, & la D, & per conſeguenza l'AB, & la A; percioche, ſe la F miſura la E, miſurerà anchora ſe medeſima, per la 3 propoſitione del detto x di Euclide; & poiche E è reſtante di C, la F miſurerà anchor la D, & ſe la F miſura la D, miſurarà anchor la C; adunque F ſarà la maggior commune miſura della C, e della D: ouero della B, e della A; ilche biſognaua trouare.



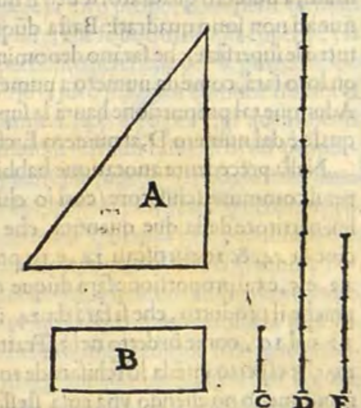
Tal coſa nel numero ſi vede apertamente da quelli, che ſono eſſercitati nell' Arithmetica, ilche parimente da Euclide uien dimoſtrato nel 7 libro, alla ſeconda propoſitione. Habbiatene eſſempio tale; ſiano queſti dui numeri 24, & 10, (numeri che comprendono i propoſti piani) delli quali vogliam trouare il maggior numero, che li miſuri ambidue; ſi conuien partire 24 per 10, del quale il quotiente trouaremo eſſer 2, & auanza 4; di modo che del 2 trouato, non ſe ne deue tener conto alcuno, perche non importa altro, che il maggiore contenire due volte il minore, e tanto più, quanto è il reſtante 4, il qual ſi ſalua, & anch' egli ſia detratto dal numero 10 quante volte ſi potrà, & non vi reſtando eccesso alcuno, diremo, che il 4 è la maggiore commune miſura; ma per-

che il 4 non diuide preciſamente il 10; perche, partendo 10 per 4 entra due volte, & auanza 2; ma eſſendo detto, che non ſi tien conto delle volte; ma ſolo de reſtanti, di nouo partiremo 4 per 2, ne vien 2, ſenza alcun rimanente; di maniera che diremo, conforme alla detta 2, propoſitione del 7, che il numero 2 è la maggior commune miſura, che miſuri ambidue i numeri 24, e 10, & è chiaro, per il Corollario della detta 2 propoſitione, conciosia che vn numero, che miſura dui numeri, miſurarà anchora la loro maggior commune miſura: come ſaria, che partendo 24, e 10 per 2, ne viē 12, & 5 preciſamente; cioè, che il maggiore contiene dodici volte la commune miſura, & la minore 5 volte Onde è manifeſto, che il numero 2 è la maſſima miſura, che gli miſuri ambidue.

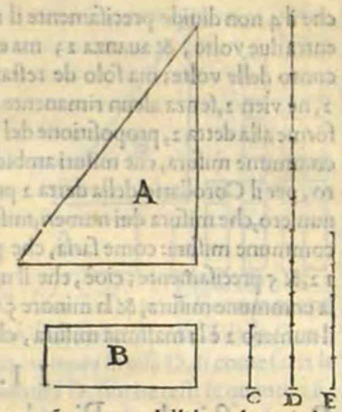
I I.

Propoſti duo Piani commenſurabili, poſsiamo trouar ne i minimi numeri la proportione, che hanno frà loro.

Siano li duo Piani A B commenſurabili, nelli quali biſogni ritrouare la proportione; che è fra loro n'e numeri: per la precedente propoſitione, trouiſi la commune loro miſura, la quale ſia la quantità C, & quante volte la C miſura la A, tante vnità ſiano nella D, & ſimilmente la B quante volte contiene la C, tante vnitadi ſiano nella E. Haurà dunque la A, alla B la proportione, che hà il numero D, al numero E; Percioche, ſendo il piano A al piano B cōmenſurabi li, la pro



portion loro ſarà come da numero à numero, per la quinta propoſitione del x d'Euclide, ma ſe, percaſo i detti piani A B foſsino quadrati, della steſſa quantità, i loro lati ſariano incommé ſurabili, & la loro proportione nõ ſaria come da numero, à numero per la ſettima propoſitione del detto x; adunque quei piani, che ſaranno denonminati da nnmeri nõ quadrati, haueráno la proportione loro almeno ĩ potenza, delli loro lati; & alcuna volta, ſe bene i detti piani nõ ſaráno quadrati, nè denominati da numero quadrato, come hora habbiamo ſuppoſto; nondimeno potranno hauere la proportione frà loro, come da numero quadrato, a numero quadrato; ſe ben li numeri, dalli quali ſono denominati non ſono quadrati: Baſta dũque che queſto ſtia fermo, che tutte le ſuperficie, che ſaráno denominate da numero; la proportion loro ſarà, come da numero a numero, & ſaráno cõmenſurabili Adunque tal proportione haurà la ſuperficie A, alla ſuperficie B, quale è dal numero D, al numero E: che ciò, biſognaua trouare.



Nella precedente anotatione habbiamo ritrouato il numero 2, per il commune ſchiſatore (coſì lo chiamano gli Aritmetici) ilquale è partitore delle due quantità, che comprendono l'A, & la B, cioè di 24, & 10 partiſcaſi 24, e 10 per 2, ne viene per auenimẽto 12, e 5, e tal proportione ſarà dũque da 12 a 5 quale è da 24 à 10; perche il prodotto, che ſi farà da 24 in 5 ſarà vguale a quello del 12 nel 10, come fu detto nel 3 Trattato. Anchora che, ogni meno che eſperto intéda lo ſchiſare de rotti, nella pratica di numeri. nondimeno nõ eſſendo vna coſa ſteſſa, lo ſchiſare de rotti, & il ridurre le proportioni a minimo numero, ſe non quãto all'atto del-l'operare; ci è parſo cõueniéte di dire, che l'uno è ridurre le frattioni

a minimo numero, & l'altro è ſapere li termini radicali della proportione, acciò ſi ſappia la ſpetie ſua. Oltra che occorre alli Mathematici ſeruirſi di queſto modo in molte operationi, de ridurre le proportioni nelli termini radicali, per le quali ſi conoſcono le qualità loro; ilche non ſapẽdo reſtarebbono cõfuſi in aſſai concluſioni, & maſsime nelle quãtità irrattionali; Onde alle volte nella rapreſẽtatione della proportione parrebbe ad eſsi, che quelle foſſero irrationali, & ſarebbono rationali, com'è ſtato l'eſſempio nel Cap. 8 del 3 Trattato, dalla rad. 32 a rad. 18; quanto alla rapreſentatione è irrationale, ma la proportione è rationale, la quale è come da 4 a 3; per ciò nella pratica delle proporrioni cõuienſi ſapere ſchiſare li numeri; oltraciò ſe ne caua ancho queſta vtilità, che nell'oprar de' numeri ſi eſſeguiſce con meno fatica in alcune cõcluſioni; & ſi conoſce, ſe li numeri ſieno compoſti, ouero incõpoſti; perche, ſe ſon cõpoſti, è neceſſario repreſentare la denominatione di eſſa proportione, per aſsignare la ſpetia ſua. Dunque, per queſto riſpetto, porremo vn' altro eſſempio; che la ſuperficie A, & B ſiano di maggior capacità, & ſieno cõpreſi da numeri cõpoſti, come lo ſpatio A, comprẽde 345, & il B 70, & che ſi voglia ſapere la loro proportione nelli termini radicali: laquale, ſe voleſsimo dire, che foſſe quadrupla ſuper $\frac{65}{70}$, ſarebbe voce impropria ſuperpartiente; perche, ſe per la prima propoſitione di queſto Cap. trouiamo la loro maggior cõmune miſura eſſere 5, oue partendo li duo numeri 345; e 70 per 5, gl' auenimenti ſarãno 69, e 14, & queſti ſarãno li termini radicali di tal proportione, & ſi potrà dire eſſere quadrupla ſuper $\frac{13}{14}$, la quale nella denominatione ſarà 4 $\frac{13}{14}$. Onde da queſto ſi potrà raccogliere non eſſere lecito, propoſte che ſaranno due quantità non pronuntiare la proportione, che ſi ritroua frà loro, ſe prima non ſi eſſamina l'vna, è l'altra quãtità; a finche ſi conoſca, ſe li numeri ſon primi, ouero compoſti; perche, ſe ſeranno primi, la loro cõmune miſura ſarà l'vnità, & tal proportione ſarà nelli termini radicali. Ma, ſe le quãtità ſarãno compoſte, la loro maggiore cõmune miſura ſarà più che l'unità, com'è ſtato nell'eſſempio propoſto, cõ la quale eſſequẽdo ſe ritrouaranno li termini radicali della proportione.

Il fine del Quarto Trattato.

MODO DEL DIVIDERE L'ALLVVIONI, DA QVELLO DI BARTOLO, ET DE GLI AGRIMENSORI DIVERSO.

Di Carlo Carazzi, detto il Cremona.

TRATTATO V.

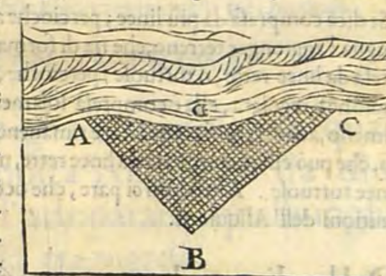
Delle Diffinitioni apartenenti alle Alluuioni. Cap. I.

HORA che ſiamo preparati di quelle coſe Mathematicali, che ſono neceſſarie al propoſito noſtro, è tempo, che veniamo à dimoſtrare varij caſi da diuiderſi, ſecondo, che habbiamo promeſſo: Ma prima porremo alcune poche Diffinitioni, & Dimande; ſenza le quali ſaria impoſsibile venire alla diuiſione de Caſi: E perche l'eſſenza delle coſe, la quale ſi hà dalle Diffinitioni deue precedere ogni altra cognitione, vedremo dunque, che coſa ſia Alluuione, quali ſiano i Termini di eſſa, & la figura ſua, con queſte trè diffinitioni.

DIFFINITION PRIMA.

L'alluuione è vn'aggiongimento di terreno, fatto dal fiume alle ripe de' confinanti à poco, à poco; in modo che è impoſsibile di conoſcere ſenſibilmente quando ſia fatto. *Inſtit. libro 2 §. Praterea quod.*

Queſta diffinitione è manifeſta alli Leggiſti, & ancho à quei, che ſanno la natura de i fiumi; ma, perche noi penſiamo, che queſto libro potrebbe peruenire nelle mani d'alcuni, i quali à pieno ignorano ciaſcuna delle dette profeſsioni, ci pare che non ſia fuor di propoſito di porre vn eſſempio tale: onde qualſiuoglia, ancho di mediocre ingegno poſſa comprẽdere queſto effetto. Adunque imaginiamoci, che le due linee A B, e B C, ſiano le ripe di duo cõfinanti, & che il fiume D loro ſcorreſſe dietro, e che hora abbandonaſſe l'una, hor l'altra ripa partendoſi in queſto modo, come ſaria per eſſempio; che la linea A B in loco del fiume ſi moueſſe di moto tardiſsimo, & vguale per la B C, & che la linea B C ſi moueſſe ſimilmeute per l' A B; è manifeſto, che le due linee A B, e B C deſcriueriano vna ſuperficie parallelogramma, ma perche la linea A C termina la ſuperficie dell' acqua del fiume D, & ſega la ſuperficie A B C, & cauſa, che tal figura muta la ſua ſpecie, non però importa à noi; baſta ſolo che il terreno, che vien laſciato dal fiume dentro alle linee A B, B C, & A C è detto Alluuione.



I I.

Il termine dell'Alluuione è quel circuito, che vien compreſo dal fiume, e dalle ripe de' confinanti.

I I I.

La figura dell'Alluuione è la quantità del detto terreno, compreſa da più linee, ò rette, ò tortuoſe.

Si dice compreſa da più linee; percioche alla natura del fiume repugna l'aggionger terreno, che ſia di forma circolare. Si dice compreſa da linee rette, o tortuoſe; percioche, ſe bene doppo che l'Alluuione è regolata, ella è compreſa ſolamente da linee rette; nondimeno, auanti che ſia regolata, e rimanendo nella ſua natura, è vero, che può eſſere compreſa da linee rette, ma via più facilmente da linee tortuoſe. Altro non ci pare, che occorra di dire circa le diffinitioni dell' Alluuioni.

Delle dimande appertenenti à ridurre l'Alluuione in rettilineo. Cap. II.

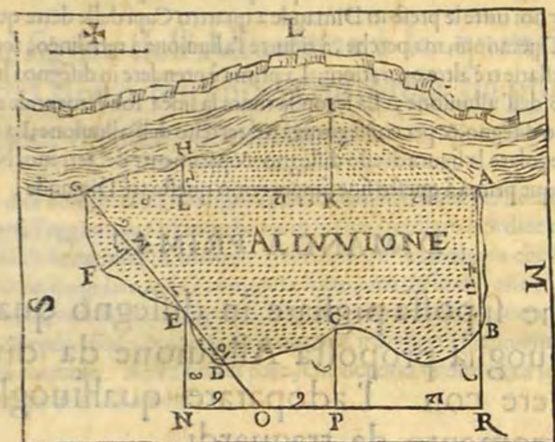
PERCHE, alle volte intorno à quelle coſe, che ſi vogliono dimoſtrare; biſogna valerſi d'alcune dimande, come principij originali; noi dunque, come neceſſarie per diuidere l'alluuioni, ſiamo sforzati ſeruircene, & chi voleſſe negare quelle, che ſaranno poſte,

poſte, ſi negaria detta diuiſione, la quale dipende da detti principij, & non accaderebbe farne dimoſtratione alcuna. Onde perche, tutte l'Operationi noſtre, intorno all'Alluuioni, ſi ponno ridurre à quattro attioni principali; La prima è ridurre l'Alluuione ad vn rettilineo; La ſeconda fare vn parallelogrammo vguale al terreno dell' Alluuione, chiuſo dal detto rettilineo, La terza è formare vn rettilineo vguale al parallelogrammo, & ſimile al circonſcritto dell' alluuione; L'vltima è applicare la linee diuidenti à quel rettilineo dell' alluuione, per queſto dunque ridurremo anchor noi tutte le preſenti Dimande a quattro Capi delle dette quattro Operationi; ma perche, à ridurre l'alluuione à rettilineo, ſono neceſſarie trè altre operationi; La prima è prendere in diſegno il terreno dell' alluuione; La ſeconda tirare la linea fondamentale nel detto diſegno, & per conſeguenza nel terreno dell' alluuione; La terza regolare la figura di eſſo diſſegno, & parimente del terreno; Noi dunque prima à queſto fine ſupporremo queſte trè Dimande.

DIMANDA PRIMA.

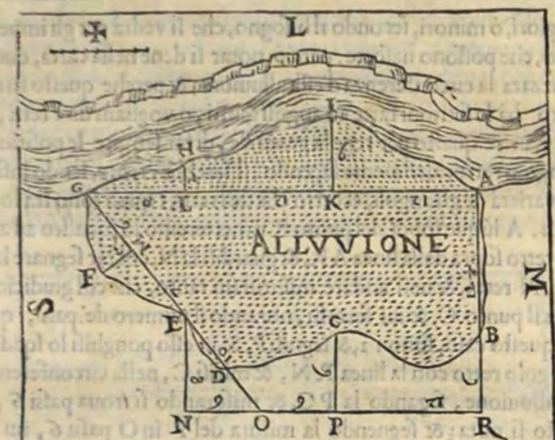
Che ſi poſſa pigliare in diſſegno qualſiuoglia propoſta Alluuione da diuidere con l'adoparare qualſiuoglia ſtromento da traguardi.

Il prendere il diſſegno dell' Alluuione, & ſaperlo fare è di molto giouamento, non ſolo à Mathematici, ad Agrimenſori, & à Legiſti, onde poſsino i primi far vna giuſta diuiſione, i ſecondi eſſequirla, & gli vltimi giudicarne rettamente; ma anchoè gioueuole ad Huomini di guerra giudicioſi; accioche, oltra il leuar le piante, poſsino riconoſcere, e diſtribuire qualſiuoglia ſito cautamēte per accampr Eſſerciti, & ordinar Fortezze. Dunque non ſarà fuor di propoſito moſtrare, come ſi poſſa fare con lo ſquadro, che ſi adopra nello ſquadrare le terre; per eſſere ſtromento forſe più facile ad cile ad vſarlo,& di minor ſpeſa ad hauerlo, che ſia alcun'altro. Facciaſi prima ogni opera di riconoſcere il ſito dell' alluuione, che deue eſſere preſa in diſſegno; perche riconoſciutolo bene, ſi faranno manco rimeſſe di Squadro, & la fatica riuſcirà minore: poi in vna carta abbozziſi la circonferenza dell' alluuione, notandouiſi intorno le parti principali del Cielo; cioè Oriente, Occidente, Mezodì, & Settentrione, le quali dimoſtrano come ſia ſituata. Ponédo che ſi haueſſe da prendere in diſſegno la preſente figura ABCD



EFGHI. notinſi le parti ſudette del Cielo in lettere maggiori, come L, P, S, M, in vna Croce ad angolo retto: poi ſi potrà dar principio a quella parte, che torna più cómodo al Topografo, & hora daremo noi principio quì frà Oriente & Mezodì nel punto A, & in eſſo punto porremo lo ſquadro,& de lì guardando per li traguardi, ſin nel punto R ſegando con i raggi viſiui la circonferenza dell' alluuione nel púto B, & con ſegni, ouero palline faremo ſegnare la linea retta ABR, & andádo ſi miſurarà dall'A al B paſsi 12 e $\frac{1}{2}$, e dal B all'R paſsi 6, & quì ſi deue auertire, che queſte diſtanze poſſono

maggiori, ò minori, ſecondo il biſogno, che ſi vedrà per gli impedimenti, che poſſono naſcere: perciò notar ſi deue nella carta, oue è abbozzata la circonferenza d'eſſa alluuione; & perche queſto ſtromento hà le ſettioni fatte ad angoli giuſti, ò vogliam dire retti, ſi deue hauere queſto per regola generale, di far ſempre le poſitioni ad angolo retto; altrimente facendo, ſi farebbe errore, ſendo infinite le varietà de gli angoli, eccetto che de i retti, i quali ſono frà loro vguali. *Tolomeo nel l'Almageſto* A dúque ſopra del punto R rimetteremo lo ſquadro ad angolo retto ſopra della linea A R, & guardiſi la N, col far ſegnare la linea R N retta, & nell' andare miſuriſi ſin tanto, che col giudicio ſi vegga il punto C, & iui fermiſi, notando il numero de' paſsi, i quali, in queſto caſo, ſono 12,& ſegniſi P, & in eſſo ponghiſi lo ſqadro ad angolo retto con la linea R N, & miriſi C, nella circonferenza dell' alluuione, ſegando la P C, & miſurando ſi troua paſsi 6 ,& queſto ſi nota; & ſeguendo la miſura del P in O paſsi 6, iui riponghiſi lo ſquadro, & miriſi in guiſa, che il raggio dell' occhio ſia contingente al ſegno E, & paſſando nella circonferenza D, ſcorraſi nella E G, oue ſi faccia ſegnare la linea O D E G: dopoi miſuriſi dalla O alla N ſin tanto, che ſi conoſca,& ponendo lo ſquadro ad angolo giuſto nel púto N ſi vegga E, il che ſe ritroua paſſa 6,& riportando dunque lo ſquadro nel punto N, il quale ſi ponga ad angolo retto con la linea N R, guardiſi E, & facciaſi ſegnar al ſolito la linea N E, la quale miſurata ſarà paſsi 8. Inoltre miſuriſi la linea O DE paſsi 10,& dall'E ſino nella M paſsi 7,& iui ſegniſi M,& nel púto M ſi rimetta lo ſqua. ad angolo retto con la O G, & miriſi F, nella circóferenza, & ſegniſi la M F, la quale miſurata, è paſsi 3, & M in G paſsi 6. Di nouo ripóghiſi lo ſqua. nel púto G, & de lì ſi guardi l'A, ſegnádo al ſolito, ouero facédo ſegnare la linea retta GA, & in andádo verſo A, conſideriſi il punto H, & derimpetto fermádoſi, col notar le miſure, le quali ſon paſsi 8, col fare il punto L, & de lì guardando H, ſi ſegni la linea L H, miſurata paſſa 2. con queſto però, che lo ſqua. ſtia ad angolo retto con la G A, & anchora in andando, ſeguendo le miſure, & con l'occhio ſi rimiri la I, in guiſa che ponendo lo ſqua. ſtia ad angolo retto con la L A,& ſegniſi la K I, onde le miſure da L in K ſaranno paſsi 12, & da K I paſſa 6,



& finalmente ſeguendo la miſura di K in A ſi ritroua paſsi 12, di modo, che eſſendo abbozzate queſte miſure alli ſuoi luoghi ſi potrà poi retirarſi in luogo commodo, & facilmente giuſtificare il diſſegno propoſto: come ſaria, che ſi pigliaſſe vno, ò più fogli di carta, ſecōdo che ſi deſidera di farlo grande. Ma prima notiuiſi vna linea alla ſimilitudine della linea ✣, la quale ſi diuide in parti vguali, che tornano più commodo, le quali miſure ſi denominano, ſecondo la qualità della diſcrittione. Però nelle Geodici ſaranno paſsi ò piedi, come hora ſi rapreſenta queſta di lunghezza de paſsi 8 de piedi 5 il paſſo, & tal linea uien domandata da molti Scala delle miſure, le quali, ſecondo ſaranno diſtante l'una dall'altra, il diſſegno verrà grande, eſſendo fatte ò dalla neceſsità, ouero dall'arbitrio; ilche non è altro, che vna graticola, della quale i pittori ſi ſeruono in traſportare le figure di grandi in piccole, ouero di piccole in grandi. Dopò facciaſi vna Croce di linee occulte ad angolo retto, ſegandoui le parti principali con le quattro lettete

L
S M
P

tāto lontano, che reſtino fuori del diſſegno, come fù detto di ſopra; poi con vn regolo, ouero riga dritta, tiriſi la linea AB R, la quale fù trouata paſsi

18 $\frac{1}{2}$,

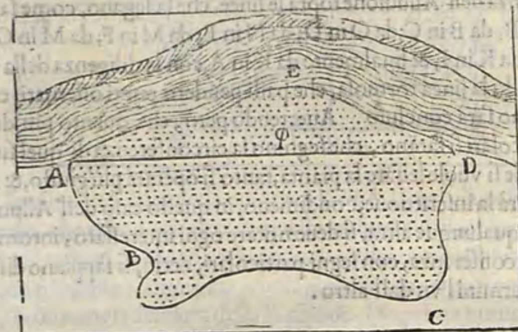
18 e $\frac{1}{2}$, hora ſia longa delle miſure della ſcala ✣ parti 18 e $\frac{1}{2}$. poi nel punto R tiriſi la perpendicolare R N, ſopra della A R longa paſsi 24, & ſopra alla N R la perpendicolare N E, longa 8. dopoi dalla N verſo la R pongaſi la riga lontano dalla N, 6, delle ſudette miſure & iui ſi tiri la linea O G, & paſſando per E M longa 23, & ancho da G, tiriſi la linea GA, la quale deue eſſere di neceſsità longa 32 altrimente, che foſſe non ſaria l'operatione buona: ilche fatto ſopra le linee R N, O G, & G A, tirinſi le perpendicolari PC, M F, L H, H I, le quali ſiano longhe PC 6, M F 3, L H 2, & KI 6. Dopò queſto, vadaſi immitando il ſerpeggiamento, che fà la circonferenza dell'Alluuione ſopra le linee, che la ſegano, come ſaria da A in B; da B in C; da O in D; da N in E; da M in F; da M in G da L in H; da K in I, & finalmente da K in A, con la diligenza della mano tirando la linea tortuoſa, che paſſi per detti punti oſſeruati; così il diſſegno ſarà concluſo. Auertendo però, che quanto più delle perpēdicolari ſi farāno, che ſeghino la circonferenza di quel ſito, del quale ſi vuole leuare la pianta, tanto ſi operarà più giuſto, & più ſicura ſarà la inſcrittione; nondimeno, in queſto caſo dell'Alluuione, ò in qualunque altra, ſi deue notare ogni intereſſato, intorno à detta circonferenza, con ſegni particolari, acciò, ſi ſappiano diſtinguere i termini l'vn dall'altro.

R Che

I I.

Che da gli eſtremi punti de' confinanti verſo il fiume di qualſiuoglia Alluuione terminata per diuidere ſi poſſa aſsignare vna linea con ſegni euidenti.

Eſſempio, ſia l'alluuione da diuiderſi A B C D E. notiſi dallo eſtre



mo A all' eſtremo D, ſi ſegna vna linea retta con ſegni apparenti, ouero dallo eſtremo D allo eſtremo A delli confinanti. Per principio delle operationi Geodiche è neceſſario alla diuiſione dell'alluuioni ſegnare una linea retta cō ſegni apparēti da gli eſtremi d'ogni confinante uerſo il fiume, affinche le linee diuidenti le caſchino ſopra perpendicolarmente, per le ragioni, che ſi ſono dette nel ſecondo trattato al cap. 5. Adducendo per eſſempio, che ſi come l'Architetto nell'edificar la caſa ſtatuiſce per principio i fondamenti, così noi per diuidere l'alluuioni ſtatuimo con queſta Dimanda, che ſia ſegnata dallo eſtremo A, allo eſtremo D la linea retta AD, nō perche ella ſia alcuna parte della diuiſione: ma ſolo per ſtabilire una baſe, doue debbano cadere le linee diuidenti, & queſto è anchora

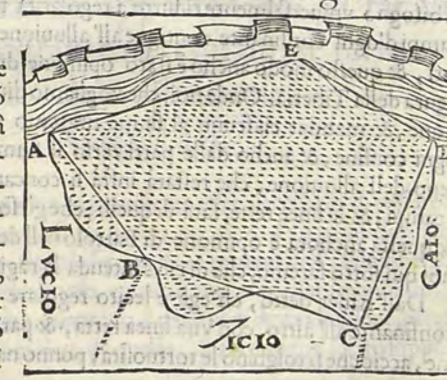
poſto da Bartolo nella ſeconda, terza, & quarta ſpecie: ma per altra ragione, come fu detto nel ſettimo cap. del primo trattato.

Hauendo noi dunque detto, che il principio delle diuiſioni delle alluuioni è la linea, tirata da gli eſtremi delli confinanti, & è il fondamento della diuiſione; per queſta cauſa vogliamo, che queſta linea così tirata ſia detta linea fondamentale, & ne' caſi noſtri, che proporremo ſarà ſegnata con queſta lettera Greca φ: Auertendo però alcune proprietà, che occorrono à queſta linea nell' alluuioni: percioche alle volte ſi farà vna linea ſola, con le frōti regolate delli confinanti, come il Cap. 6; alle volte per il buon terreno, come al caſo 2 del 7 Cap. alle volte per dentro all'alluuione, come al 4 caſo del 7 Cap. & al 1 del 10; alle volte per il fiume, & di là da eſſo, come al 2 caſo dell' 8 Cap. alle volte per l'alluuione, & per il fiume, come al 1, & 3 caſo del 7 Cap. & al 1, & 3 caſo dell' 8; & alle volte finalmēte dietro al fiume, come nelli caſi delli Cap. IX, XI; & XII; & quando più, & quando meno, ſecondo i caſi: le quali proprietà naſcono dalle varie poſiture de gli eſtremi di detti cōfinanti verſo il fiume, ſecondo le diuerſità de gli accidēti prodotti da eſſo fiume.

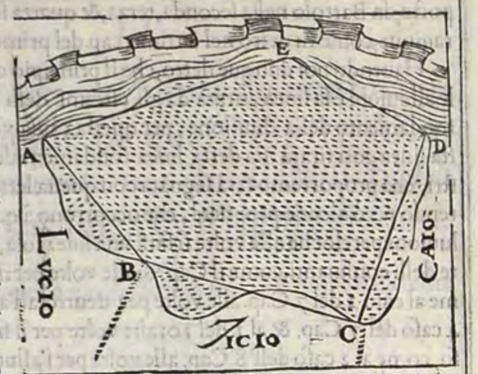
I I I.

Che ſia lecito regolare qualſiuoglia alluuione; cioè, ridurla à figura rettilinea.

E' chiaro, che le coſe irregolari nō ſono ſottopoſte à ragione, ne ad arte; perciò ſi addimanda di regolare qualſiuoglia alluuione propoſta, da diuiderſi; per eſſere per il più cō tenuta da linee mi



ſte, ò tortuoſe. Onde di ciò addurremo eſſempio facile; ponendo che ſia la propoſta alluuione ABCDE circondata dalli confinanti Lutio, Titio, & Caio, & da AED verſo il fiume, la quale ſendo irregolata porremo lo ſquadro



nel punto A, & miriſi B confine di Lutio, & di Titio, & ſegniſi la linea retta A B, la quale ſarà la fronte regolata di Lutio: poi rimettaſi lo ſquadro nel punto B, & guardiſi C confine di Titio, & Caio, & la B C ſarà la fronte di Titio regolata, & nel medeſimo modo ſi regoli la fronte di Caio; dopoi, per il punto D, punto del contatto dell' alluuione, & del fiume, pongaſi lo ſquadro, & veggaſi E, & ſegniſi la linea retta D E, & nel fine da E in A miriſi con lo ſquadro, & facciaſi la linea EA, & così ſarà regolata la figura dell'alluuione; cioè, ridotta a rettilinea. Di qui dunque ſi vede, che fà di biſogno vniuerſalmente ridurre à regolarità tutte le fronti de' campi d'ogni confinante contigue all' alluuione, che ſono irregolari, & queſto modo ancho è ſtato opinione di Bartolo nella xx. figura della Tiberia. Onde noi, che vogliamo diuidere con proportione, & mandar ciaſcuno al fiume tiraremo vna linea retta da ogni confine, & ancho dalle parti verſo il fiume; Ma quel terreno dell' alluuione, che reſtarà infrà li concaui delle fronti de i campi, & le linee rette, ſarà di quelli, che gli ſono più da vicino; & queſta anchora è opinione di Bartolo nell detta xx. figura, & noi qui ſotto faremo, che di ciò s'intenda la ragione.

Dall' hauer detto, ch' egli è lecito regolare l' alluuione da vn confinante all' altro con vna linea retta, & parimente verſo il fiume, accioche ſi tolghino le tortuoſità; ponno naſcere alcune diffi-

cultà,

cultà; perche nell' eſſempio propoſto, ſe ſi guarda alla fronte del terreno di Caio nel regolarla, pare, che vi ſoprauanza, & habbia vno ſpatio d'alluuione, il quale non eſſendo compreſo nella diuiſione, torna à pregiudicio de gli altri intereſſati. Nondimeno chi ben conſidera, anchorche à Caio ſi laſci di ſoprauanzo quello ſpatio d'alluuione, vedrà eſſer fatta molto più breue la fronte del ſuo campo; onde hauerà poi minor portione dell' alluuione nella diuiſione; & ſe Caio voleſſe dolerſi perche ſia fatta minore la fronte naturale del ſuo campo, con la fronte artificiata, la quale induce hauer minor portione dell'alluuione; ſe gli dirà, che à lui vien compẽſato queſto danno con l'vtile ch' egli hà, mercè dello ſpatio datogli di ſoprauanzo; & quando bene non ne traheſſe queſt' vtile, ſi come auiene ne i caſi, doue la linea retta è tirata ſu'l buon terreno, il che appare hora in vna parte del confin di Titio, il quale non hà per queſto da dolerſi; perche non ſi può far di meno, volendo regolar la figura: eſſendo che doue non è regola, iui non è ragione, nè per conſeguenza vi può cadere proportione; nè meno deue hauer timore, che il buon terreno, ſendo ſegato dalla linea retta, gli ſia tolto nella diuiſione da Caio; perche la linea diuidente nella portione di Caio non paſſerà ſopra il ſuo buon terreno, che ad eſſo ſarà riſeruato nella diuiſione.

Delle dimande appartenenti al far' vn parallelogrammo vguale al terreno dell' alluuione. Cap. III.

HAVENDO noi giudicato eſſer neceſſario di paſſare al la concluſione noſtra, per mezo d'vn parallelogrammo, il quale ſia vguale al terreno dell' alluuione: ma perche queſta vgualità non può eſſere manifeſta, ſe prima non ſappiamo quanto ſia il terreno di detta alluuione, perciò biſogna venire alla miſura di quello. Siaci dunque lecito ſuppor-

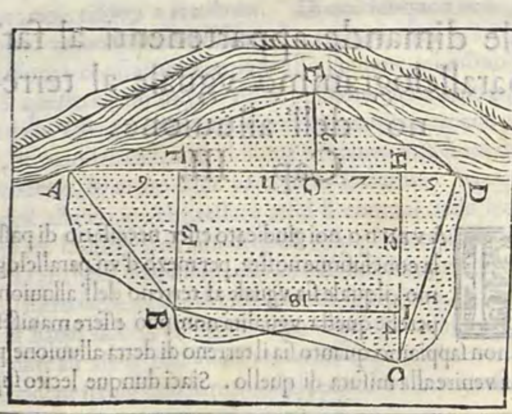
R 3 re due

le due Dimande; l'vna delle quali sia di misurare terreno dell' alluuione regolata; l'altra del fare il parallelogrammo, come habbiamo detto, il quale si diuiderà dapoi secondo le proportioni delle fronti de' confinanti.

DIMANDA PRIMA.

Che sia lecito misurare quel spatio di terreno, detto alluuione, il quale è compreso dentro dalle linee rette tirate intorno ad essa per regolarità.

Il conoscere il modo come si misuri il terreno dell'alluuione, sarà di molta commodità non solo à Geodici; ma ancho à gli Architetti; à questi per ordinare le fabriche con proportione, & à quelli per sapere la quantità da diuidersi, come habbiamo detto. Adunque questa dimanda non sarà fuor di proposito di misurare il terreno dell'alluuione: Come per essempio, che dẽtro dalle linee rette AB, BC, CD, DE, EA, tirate per regolarità, dimandiamo, che il

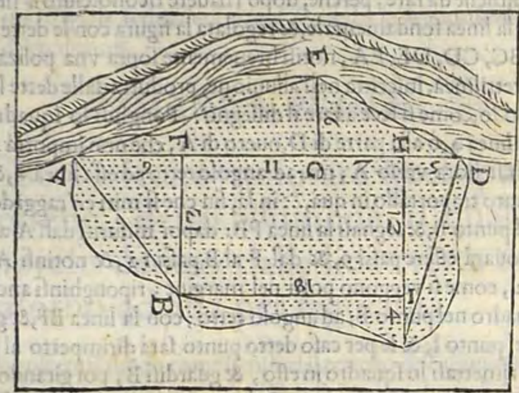


terreno,

terreno, il quale vi è dentro incluso, si possa misurare; il che non è cosa difficile da fare; perche, dopò l'hauere riconosciuto il sito, & tirata la linea fondamentale, & regolata la figura con le dette linee AB, BC, CD, DE, EA, notisi breuemente sopra vna poliza la figura rettilinea, inscritta nell'alluuione, produtta dalle dette linee, nel modo, come si fece à fare il dissegno. Ponghisi lo squadro sopra la linea ⌽, ò alla parte di D, ouero di A, che non importa: purponghisi hora verso A, ma ad angolo retto ad essa linea ⌽, & vadisi tanto traportãdo in quà, & in là, fin che si miri co' raggi dell'occhio il punto B, & segnasi la linea FB: dapoi misurisi dall'A alla F, si ritrouarà essere pasṡi 9, & dal F al B pasṡi 12, & notinsi AF 9, FB 12, come si veggono posti nel margine; riponghinsi anchora lo squadro nel punto B, ad angolo retto, con la linea BF, & guardisi nel punto I, & se per caso detto punto sarà dirimpetto al punto C, rimettasi lo squadro in esso, & guardisi B, poi girandosi all'altra settione, mirisi il punto C da vna parte, & dall'altra il punto H, segnato nella linea ⌽, & segnasi la linea retta CIH, la quale misurata da C in I, sarà pasṡi 4, & IH pasṡi 12, & dal punto H alla D pasṡi 5: adunque sendo la linea IH ad angolo retto con la BI, & la BI con la BF, la linea IH sarà vguale, & parallela alla FB, onde dal punto H al D, misurando si ritrouarà pasṡi 5, & da HG passa 7, & iui si fermi; perche si giudica, che il punto G sia derimpetto a l'angolo E verso il fiume, & in esso punto G ponghisi lo squadro ad angolo retto con linea ⌽, e mirisi E, & segnisi la linea GE, misurata pasṡi 6, & notisi GD 12, & GE 6: poi partendosi da G in andando uerso F, misurisi passi 11, che giunti con GH 7, fanno 18, di modo che essendo FB, HI, parallele, & vguali, la BI sarà parallela, & vguale alla HF: dunque la figura rettalinea ABCDE iscritta nell'alluuione sarà posta in squadro, secondo si costuma nello squadrare le terre; cioè, ridotta nel parallelogrammo rettangolo FBIH, & in cinque triangoli similmente rettangoli, i quali sono contornati da gli infrascritti lati AFB, BIC, CHD, DGE, & EGA, ne i quali in tutti la lettera di mezo è quella oue si fa l'applicatione dell'angolo retto, come la F, la I, la H, la G, & la G: per il che hauendo noto i lati di tali triangoli, & insieme

Per la prima Dimãda di questo.

quelli



quelli del parallelogrammo, ſarà facile venire in cognitione della quantità di eſſo terreno dell'alluuione regolata. Hauendo già detto nel 7 Cap. del ſecondo trattato; che, hauendo noto i duo lati del parallelogrammo rettangolo, ſarà nota la quantità di eſſo: dunque ſendo noti i lati d'vno triangolo; cioè, quegli, che comprendono l'angolo retto, la ſuperficie ſua ſarà nota facilmente; perche baſtarà multiplicare l'vn lato per l'altro, e del prodotto pigliandoſi la metà, ſarà la quantità di eſſo triangolo; perche multiplicando l'vn lato per l'altro, viene ad eſſere il prodotto la quantità d'vna ſuperficie parallelogramma, & pigliandone la metà, ſarà quella d'vn triangolo: ouero baſtarà ancho prendere la metà di qualſiuoglia d'vno de' detti duo lati, che s'hauerà il medeſimo. Eſſempio, pōghinſi nella margine le grandezze de' lati di ciaſcuno triangolo; cioè, di quegli, che ſtanno attorno all'angolo retto, ſi ritrouerà eſſere il triangolo AFB 54, BIC 36, CHI 40, DGE 36, & il parallelogrammo FBHI 216: le quali multiplicationi giunghinſi tut-

te in

Triangolo. AFB	
AF	9
FB	12
	108
la cui metà è	54
Triangolo BIC	
BI	18
IC	4
	72
la metà	36
Triangolo CHI	
CH	16
HD	5
	80
la metà	40
Triangolo DGE	
DG	12
CE	6
	72
la metà	36
Triangolo AGE	
GA	20
EG	6
	120
la metà	60
Parallelogr. FBIH	
BF	12
FH	18
	216

te in vna ſomma così: & tanti paſsi ſuperficiali ſarà la quantità di detta alluuione regolata; cioè 442; perciò ſi potrà ancho operare d'altra maniera; nōdimeno rimettiamo all'arbitrio dell'operante, che faccia quello, che gli torna più commodo, & più piacerà. Baſta che ſtarà ferma la concluſione della quantità.

AFB	54
BIC	36
CHD	40
DGE	36
AGE	60
FBIH	216
	442

I I.

Che ſia lecito fare vn parallelogrammo vguale al terreno dell'alluuione, il quate ſi dourà poi diuidere con proportione.

Come ſi faccia queſto parallelogrāmo vguale à vna quantità nota, è manifeſto nel Cap. 7. del ſecondo Trattato; però non ci occorre altro eſſempio.

Della dimanda del fare vn rettilineo vguale al parallelogrāmo, & ſimile alla figura regolata dell'alluuione. Cap. IIII.

ANCHORA che per mezo del Parallelogrammo, ſi ſia per ritrouare la proportione da eſſer aſsignata à tutti gl'intereſſati nell'alluuione. Nondimeno, non eſſendoſi anchor manifeſtato doue ſi debba tirare le linee diuidenti nel diſſegno dell'alluuione, è di neceſsità, che noi facciamo vn Rettilineo, non ſolo vguale al parallelogrammo; ma anco ſimile alla figura rettilinea circonſcritta nell'alluuione; nel quale rettilineo ſaranno poi poſte le linee diuidenti a i luoghi loro, & anchora che ſia impoſsibile ciò fare ſenza prolongar le linee in alcuni caſi, non però parlaremo quà delle prolongationi di dette linee: perche, ſendo l'operatione Geometrica, ci hà da baſtare quanto fù ſopra ciò detto da noi nel ſecondo Trattato, alla ſeconda Dimanda del ſecondo Cap.

Per eſſer queſta operatione eſplicata nel Cap. 5. del 4. Trattato alla 3. propoſitione, non ci eſtéderemo ad altro; ma ſolo diremo, che queſta dimanda non è per altro, ſe non perche in caſa ſi poſſa fare la Diuiſione dell'alluuione con proportione, & dimoſtrarla ſciétificamente.

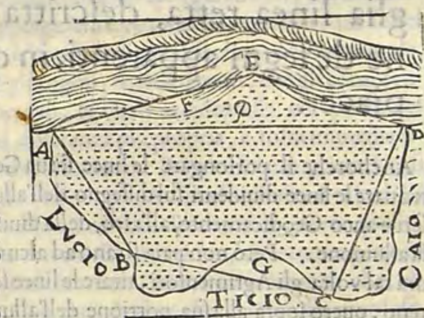
Delle dimande appartenenti all'applicare le linee diuidenti alla figura dell'alluuione. Cap. V.

DOPPOI che nel detto rettilineo habbiamo ritrouato il luogo da tirare le linee diuidenti; è neceſſario, nel primo diſſegno dell'alluuione, applicare le medeſime linee, & poi con la pratica tirarle nel terreno dell'alluuione. Ma, perche ciò non ſi può fare ſenza la compenſatione tanto neceſſaria, tal volta con l'acreſcere, & tal uolta col ſcemare, che ſéza lei ſaria impedita la principale intention noſtra di aſsignare proportionatamente à tutti la lor parte; per queſto porremo la prima dimanda della detta compenſatione, alla quale, ſendo biſogno il potere protrahere le linee rette ſopra il terreno dell'alluuione, maſſi-

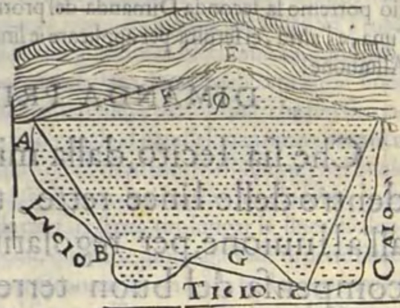
mamente per venire all'effetto, & alla pratica della diuiſione: perciò porremo la ſeconda Dimanda del protrahere le dette linee, e l'una, e l'altra, ci ſeruirà per applicare le linee diuidenti alla ſteſſa Alluuione.

DIMANDA PRIMA.

Che ſia lecito, dalla miſura già fatta dentro delle linee rette, tirate attorno all'alluuione, per regolarità, potere, in ricompenſa del buon terreno, e del fiume nella diuiſione, detrahere dall'vno, & aggiungere all'altro de gli intereſſati, ſecondo il biſogno, il quale agguaglia le proportioni delle loro fronti.



Come ſaria per eſſépio, che foſſe l'alluuione A B CD E, dentro dalla linee rette AB, BC, CD, DE, EA, & che vi foſſe cópreſa per eſſempio la portione del fiume F & la portion del buō terreno G, di Titio; Adimandiamo di potere detrhaere nella diuiſione, in caſo, che la linea diuidente paſſaſſe per il buon terreno di eſſe Titio, tanta alluuione della ſua, che ricompenſi Caio di quello, che gli conuiene nella ſua portione: perche è ſtato detto nella terza Dimanda, che il buon terreno di Titio, ſarà riſeruato nella di uiſione; & ſimilmente di potere aggiungere à Titio, ſe per caſo la linea diuidente terminaſſe nella portione F del fiume, tanta alluuione di Lutio, che lo ricompenſi, & à Lutio reſti quello, che à lui ſia baſteuole, ſecondo la proportione della ſua fronte; che così vuole il giuſto vniuerſale.



II.

Che ſia lecito di prolongare qualſiuoglia linea retta, deſcritta nell'alluuione de ſegni apparenti, in qual parte ne piace.

Anchorche il porlongare le linee ſerua Geometricamente, per trouare le linee diuidenti ſul diſſegno dell'alluuione; nondimeno ſerue anco Geodicamente, all'atto, della diuiſione del terreno d'eſſa alluuione. Però non paia ſtrano ad alcuno Intereſſato, ſe vedrà tal volta gli Agrimenſori, tirare le linee ſopra il ſuo buon terreno, ouero ſopra alla ſua portione dell'alluuione, e tal volta ſopra il fiume: perche queſto non ſarà, ſe non per trouare il luogo del le linee diuidenti, & per aſsignarli intieramente la portione; che ſe li deue.

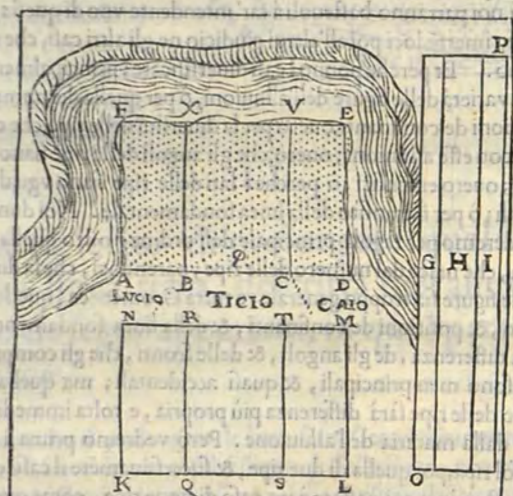
De i Caſi delle alluuioni d'vna ſola ripa. Cap. VI.

EL Tempo, che veniamo à quello, per il che molte coſe habbiamo ſuppoſto; cioè, alla dimoſtratione di molti caſi, che poſſono occorrere nell'alluuoni, i quali caſi, anchorche ſiano infiniti, ſecondo che hanno differenza, quaſi in infinito: Nondimeno di tanti eleggeremo quelli, che à noi parranno baſteuoli à far' intendente vno di queſta profeſsione; rimettédoci poi all'altrui giudicio ne gli altri caſi, che non porremo. Et perche ponno i caſi diuerſificare; principalmente, ò per la varietà delle figure dell'alluuioni, ò per quella del numero, & poſitioni de' confinanti; ouero per la diuerſità delle ripe, che confinano con eſſe alluuioni; ouero, che gli angoli delle ripe ſiano intrinſici; ouero eſtrinſici, ò perche i lati delle ripe ſiano vguali, ò diſuguali; ò per il tranſito della linea fondamentale. Noi dunque ci prenderemo per regola principale dell'ordine noſtro quella differenza, che naſce dal numero delle ripe; parendoci, che la diuerſità delle figure ſia troppo generale, e tutta Geometrica; quelle del numero, & poſitioni de' confinanti, & della linea fondamentale, & della differenza, de gli angoli, & delle fronti, che gli comprendono, ſono men principali, & quaſi accidentali; ma quella del numero delle ripe ſarà differenza più propria, e tolta immediatamente dalla materia dell'alluuione. Però vedremo prima i caſi d'vna ſol ripa, poi quella di due ripe, & ſucceſsiuaméte il caſo di ſei ripe: baſtandoci poi paſſare à un caſo di noue ripe, come quello, che contiene tutte l'operationi Geometriche, che conuengono in ogni caſo di qualſiuoglia alluuione. In tanto auertiamo; che, alluuione d'vna ſol ripa, ſi domandarà quella; che non ſia angoloſa, & quella ſi domandarà di due ripe, la quale hà due ripe regolate, che fanno vn'angolo, & ſucceſsiuamente quella ſarà di noue ripe regolate, nella quale ſaranno ripe, che produchino otto angoli. Douendo noi dunque moſtrare l'alluuione d'vna ſol ripa, porremo per eſſempio duo Caſi; il primo ſarà quello, doue la ripa, non ſolo verſo il terreno, ma ancho la parte verſo il fiume, tutte regolate ſiano equidiſtanti. Il ſecondo ſarà quello, doue la parte verſo il fiume è diſuguale.

CASO PRIMO D'VNA RIPA SOLA.

del 2. Capo di queſto.

Sia l'alluuione ABCDEF d'vna ripa, la quale biſogni diuidere frà li tre confinanti, ſecondo la proportione delle fronti A B, di Lutio, BC di Titio, & CD di Caio regolati. Per la prima dimanda ſi



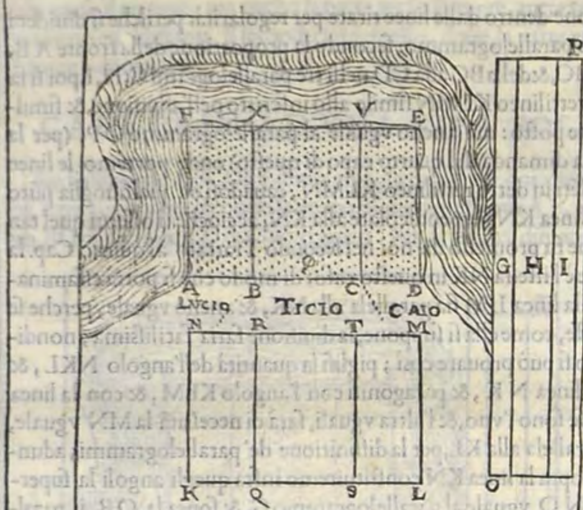
farà il diſſegno ABCDEF. Dopoi, per la ſecōda dimāda del medeſimo, tiriſi da gli eſtremi di Lutio, & Caio verſo il fiume la linea φ, & per la terza regoliſi la figura col tirare dall'A alla B, & dalla B alla C, & dalla C alla D le linee rette, le quali in queſto caſo ſi fanno vna linea ſola con la linea φ, & finalmāte verſo il fiume; cioè, di D in E, di E in F, & di F in A. Hora, per venire alla diuiſione di eſſo diſſegno, ſi farà il parallelogrammo OP vguale alla quantità del terreno dell'al

luuione dentro dalle linee tirate per regolarità; perilche ſi diuiderà detto parallelogrammo, ſecondo la proportione della fronte A B, alla BC, & della BC alla CD nelli tre parallelogrāmi G, H, I; poi ſi farà il rettilineo KLMN ſimile allo inſcritto nell'alluuione, & ſimilmente poſto: ma ancho vguale al parallelogrammo O P. (per la prima dimanda del quarto capo di queſto) onde porremo le linee diuidēti in detto rettilineo KLMN, cauādoſi da qualſiuoglia pūto K la linea KN perpendicolare alla KN, accioche ſi oſſerui quel tanto, che fu promeſſo da noi nel ſecondo Trattato al quinto Cap. la quale è l'iſteſſa NK in queſto caſo; di modo che ſi potrà eſſaminare, ſe la linea L M ſia parallela alla NK, & ancho vguale, perche ſe la foſſe, come ella ſi ſuppone, la diuiſione ſaria faciliſsima; nondimeno ſi può prouare così; pigliſi la quantità dell'angolo NKL, & della linea N K, & paragoniſi con l'angolo KLM, & con la linea LM, ſe ſono l'vno, & l'altra vguali, ſarà di neceſsità la MN vguale, & parallela alla KL, per la diffinitione de' parallelogrammi; adunque ſopra la linea KN conſtituiremo infra quegli angoli la ſuperficie N Q vguale al parallelogrammo G, & ſopra la Q R il parallelogrammo RS vguale al parallelogrammo H; il rimanente S M ſarà vguale al parallelogrammo I; il rettilineo adunque KLMN ſarà diuiſo con le due linee QR, ST, come biſognaua, per la conſtruttione. Hora volendo lo Agrimenſore diuidere l'alluuione, ſarà l'operatione faciliſsima in queſto caſo; perche nel diſcorſo, che habbiamo fatto, nel rettilineo ſimile allo inſcritto, & ſimilmente poſto, & vguale al parallelogrammo OP, l'hauemo ritrouato eſſere de' lati equidiſtanti; perilche gli baſtarà collocare lo ſquadro nel punto B confino di Lutio, e Titio ad angolo retto con la linea φ, & de lì guardando verſo il fiume far ſegnare la linea BX diuidente fra Lutio, e Titio, & ſimilmente lo porrà nel punto C confino di Titio, & Caio, & mirando verſo il fiume farà ſegnare la linea diuidente CV tra Titio, & Caio: la quale alluuione ſi potrà dire eſſere diuiſa, come ſi propone; percioche la figura KLMN, fatta ſimile à quella dell'alluuione è parallelogramma, & la ſuperficie ADEF, ha l'angolo FDA, vguale all'angolo NKL, & l'angolo FED vguale all'angolo NML: onde ne ſeguita, che gli altri angoli ſiano vguali à

Per la 4 propoſi. del 5 Cap. del 4 Tratt.

2 Propoſi. del 6 Cap. del 2 Trat.

4 Propoſi. del 7 Cap. del 2 Trat.



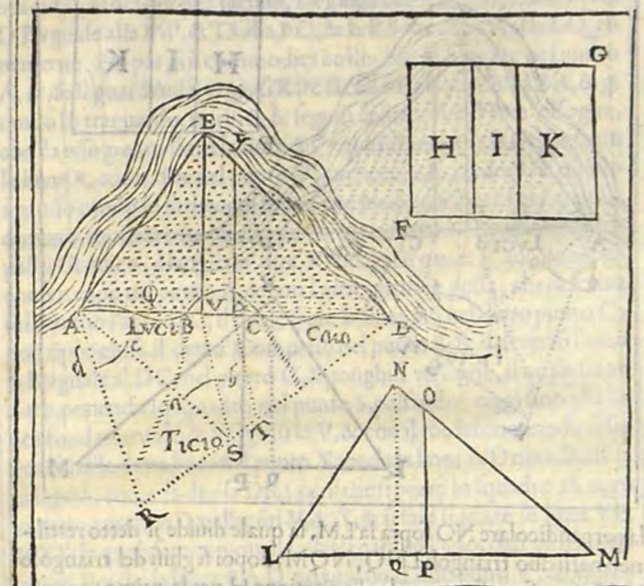
4.Tratt. gli altri, per la terza propositione del quinto Cap. Così tal proportione haurà F A B X, alla X B C V, come la fronte A B di Lutio, alla fronte B C di Titio, & la portione X B C V, alla V C D E, come la fronte B C di Titio, alla fronte C D di Caio: perche sono in vna medesima altezza, & fra linee parallele, per la prima Dimanda del secondo Capo del quarro Trattato. Adunque l'alluuione sarà compartita, come si richiedeua.

Il presente Caso s'haueria potuto risoluere con meno ragionamento; ma, accioche si conosca l'ordine, che si debba tenere nel dimostrare ogni diuisione di qualsiuoglia Caso, siamo incorsi in tanta lunghezza: la quale si giudica nondimeno gioueuole nei Casi più composti allo Agrimensore.

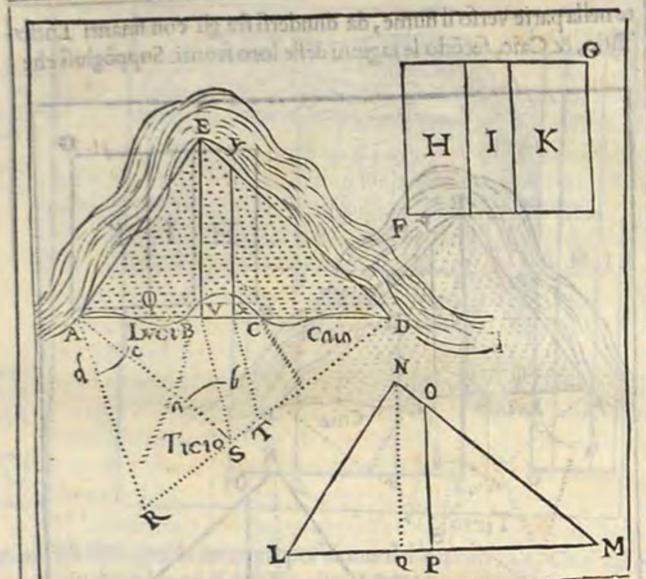
CASO II. INEGVALE VERSO IL FIVME.

Sia l'alluuione ABCDEF d'vna sol ripa, diuersa della preceden

te nella parte verso il fiume, da diuidersi fra gli con finanti Lutio Titio, & Caio, secódo le ragioni delle loro fronti. Suppóghisi che



sia fatto il dissegno, & in esso sia tirata la linea φ A D, la quale passi per li termini de i confini dell'vno, & l'altro confinante; & sia ancho regolata dalle linee AB, BC, DE, & EA, della quale se ne piglia la misura, per la prima Dimanda, & per la seconda facciasi il paral lelogrammo F G vguale al terreno dell'alluuione: il quale sia poi partito nelle tre portioni H, I, K, secondo la proportione della fron te AB alla B C, & la B C alla C D; & inoltre facciasi il rettilineo L M N simile, & similmente posto alla superficie ADE, ma vguale al parallelogrammo FG: ilche fatto, diuideremo esso rettilineo LMN nelle tre parti, che osseruaranno le ragioni l'vna con l'altra, come la H alla I, & la I alla K, & per far questo, tirisi dall'angolo N 5. Cap. di questo. 2 Proposi. 5 Capo. 4 Tratt.



la perpendicolare NO ſopra la LM, la quale diuide il detto rettili-
neo nelli duo triangoli LNQ, NQM; dopoi ſeghiſi del triangolo
3. Propoſi. 5. Cap. 2. Tratt. 4. Tratt. LNQ vna ſuperficie vguale alla portione H, per la prima propoſi-
tione del ſettimo Capo, la quale ſarà in queſto caſo la medeſima
N QL vguale alla portione H, & dal triangolo NQM tagliſi vna ſu
perficie vguale alla portione I, cõ vna linea equidiſtante alla NQ,
per la medeſima propoſitione del ſettimo Capo, ſarà la ſuperficie
quadran gola NQPO vguale alla portione I. Onde, ſe dal triango
lo LNM ſono ſegate, le due portioni LNQ, & NQPO vguali alle
due H, & I, ſeguitarà, eſſendo tutto il triangolo LNM vguale à tutto
il parallelogrammo FG, che il triangolo POM ſarà vguale alla por-
tione K, dunque nel rettilineo LNM ſi ſono ritrouati i punti Q, P,
oue tirati le due linee QN, PO, lo diuidano, come ſi ricerca. Il diui
dere poi l'alluuione infrà li tre confinãti ſi farà facilmẽte con la pra-

tica Agrimenſoria; perche non occorre à far'altro, che in qualſiuo
glia dell'vno de gli eſtremi della linea φ, come nella D, porre lo ſqua
dro, come ſi ſia, & iui guardando per li traguardi far'ſegnare la li-
nea DR. Hora per più facilità, ſia lunga come la LM, & notinuiſi
DT vguale alla MP, & TS alla PQ, & la RS rimanente, alla LQ ri-
manente. Poi per più commodità collochiſi lo ſquadro nel punto
A, & de lì guardando veggaſi R, & facciaſi notare la linea AR, & gi
rando lo traguardo, miriſi S, & ſegniſi la linea AS; Hora biſogni,
che da eſſo punto ſi tiri la linea SV equidiſtante alla AR, che ſeghi
la linea φ, come dire nel punto V, anchorche io credo, che queſto
à groſſo modo lo faria ogni meno che mediocre Agrimenſore; nõ-
dimeno moſtraremo di eſſequirlo breuemente. Pigliſi vn Com-
paſſo Geodico, ò vogliam' dire Randelo: il quale ſi accommoda
con vn capo nel punto A, & con l'altro giriſi in guiſa, che deſcriua
ſul terreno l'arco DC, il quale ſeghi la linea AS nel detto punto C;
poi riponghiſi il detto Compaſſo nel punto S, & deſcriuaſi l'arco
AB vguale al DC, nel punto C, & ponghiſi vn ſegno, il quale ſia ve
duto, ponendo lo ſquadro nel punto S, paſſando i raggi ſino alla li-
nea fondamentale, & lì ſegniſi la V, & con il medeſimo modo ſi ſe-
gnarà nella detta linea φ il punto X: onde la linea A'D non diuiſa ſa
rà ſegata, come la diuiſa DR; perilche ſi porrà lo ſquadro ad ango 2 Propoſi. del 4 Cap. del 4 Tratt.
lo retto con la AD nelli pũti V, & X, & ſi farà ſegnare le linee VE,
& XY: le quali ſaranno quelle, che ſeparano l'vno, dall'altro confi
nante. Poiche la linea φ AD è diuiſa nelli duo punti V, & X, che
ſtanno nella proportione con eſſa linea AD, come fanno li duo
QP con la linea LM; la proportione dunque ſarà dalla portione
AVE, alla portion VEYX, ſi come dalla portione LNQ alla por
tione QNOP, & per cõſeguenza dalla H alla I: & dalla portio
ne VEYX alla portione XYD, così come dalla portione QNOP
alla POM, & per conſeguenza dalla I alla K. Adunque, ſe il paral
lelogrammo FG vguale al terreno dell'alluuione è diuiſo ſecondo
la proportione delle fronti, ne ſeguitarà, che dalla portione AVE
di Lutio, alla portione VEYX di Titio, ſarà ſi come dalla frõte
AB, alla fronte BC, & dalla portione VEYX alla portione XYD
di Caio, come dalla fronte BC, alla fronte CD, il che biſognaua.

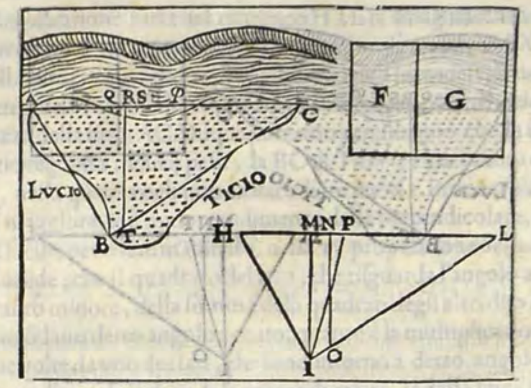
Nondimeno è d'auertire, che altri caſi s'hauriano potuti proporre d'vna ſol ripa, i quali foſsino di più angoli verſo il fiume ma perche non hauemo ancho moſtrato, come ſi diuida quelle di più ripe, ciò laſciaremo; penſando', quando s'hauerà inteſa la diuiſione di quelle, che ſuppliranno in loco di queſti.

De i Caſi di due ripe. Cap, VII.

QVELLE alluuioni, che ſono di due ripe, ponno hauere molti caſi; ma noi ne porremo quattro ſolamente percioche; alcuni ſono di duo & alcuni di trè, ò più confinanti; quelle adunque, che ſono di duo ponno variare della diuerſità dell'angolo; percioche chi haurà l'angolo intrinſico, e chi l'haurà eſtrinſiico; cioè, intrinſiico al terreno de cápi, ouero eſtrinſico al medeſimo terreno. Ma quei caſi, che ſono di trè confinanti, variano dalla poſitura di eſsi; eſſendo che alcuna volta ſaranno poſti duo confinanti nel lato deſtro, & vno nel ſiniſtro; & alcuna volta ne ſaranno duo nel ſiniſtro lato, & il terzo nel deſtro, il qual caſo ſi potrà variare mediante la differenza nata dalla linea fondamentale; la quale, ò paſſara dietro al fiume, ouero per mezo dell'alluuione: e ſe bene poteſſe la detta linea fondamentale paſſar tal volta per mezo il fiume, & di là dal fiume; nondimeno riſeruiamo a parlarne in altro caſo, & ſe mi ſi diceſſe, che, dalla diuiſione propoſta, naſcono cinque caſi, e non quattro, i quali habbiamo promeſſo; dirò, che, attendendo io alla breuità, taccio quel caſo di trè confinanti, duo de quali ſono nel ſiniſtro lato, e la linea fondamentale drieto al fiume, come quello, che ſi manifeſta parte del caſo antecedente, & parte del conſeguente.

Caſo primo, di due confinanti, che hà l'angolo intrinſico.

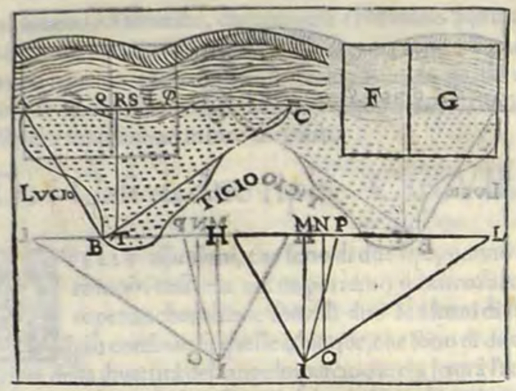
Sia l'alluuione ABC di duo confinanti Lutio, e Titio, & habbia L'angolo B intrinſico, la quale vogliamo diuidere, ſecondo la pro



portione delle lor fronti regolate; per la ſecóda dimanda facciaſi il parallelogrammo DE vguale al terreno dell' alluuione dentro delle linee rette, il quale diuidaſi nelle due portioni F G, talmente che habbino l'vna & l'altra la proportione, che ſi troua dalla fronte AB; alla fronte BC; poi facciaſi il rettilineo HIL ſimile allo inſcritto nell'aluuione, & vguale al qarallelogrammo DE, & queſto prima lo diuideremo anch'egli ſecondo la proportione delli duo lati HI, & IL; & ciò ſi potrà fare in varij modi; nondimeno ellegeremo queſto per il più facile, tirandoſi dal punto I la IM perpendicolare alla HL, e, ſe queſta diuiderà la HL in due parte vguali, ſi haurà quelche ſi ricerca; ma, ſe ſarà ineguale, biſognarà far altro diſcorſo; perche trouaremo l'eccesſo trà il triangolo GMI, & il parallelográmo F, il quale ſi ſalua Dopoi, per la prima propoſitione del 7 Cap. ſi ſminuirà il triágolo IML di tanta quantità quáta è la differenza già ſaluata con le linea ON equidiſtante alla IM; dunque, la ſuperficie IMNO, inſieme con il triangolo IHM, ſarà vguale alla ſuperficie F, per la coſtruttione; & il triangolo NOL vguale al parallelogrammo G, la linea diuidente dunque ſarà la ON: per prouare queſto, tiriſi la linea I P, in guiſa che diuida l'angolo H I L in due parti vguali. Onde la proportione del lato H I al lato IL ſarà come dalla parte della baſe H P, alla parte della baſe P L, per la

del 3 capo.

3 Propoſi. del 5 Cap. 2 Tratt. 2 propoſi. 6. Cap. del 4 Tratt.



prima parte della 3 propoſitione del 6 libro d'Euclide; ſe adunque la proportione dalla HP, alla PL e'come dalla HI alla IL, ne ſegue che quella del triangolo HIP ſia la medeſima del triangolo IPL: per che ſono nella medeſima altezza: dunque, il triangolo IPL, ſarà
1 Dimanda del 4 Tratt. vguale al triangolo O N L, & per conſeguenza alla ſuperficie G. Onde la linea O N è la diuidente, come ſi richiede.

Con la regola data nel precedente caſo, ſi diuiderebbe l'alluuione, diuidendo la linea φ A C nella proportione, che ſi ritroua dalla HN, alla NL, & da eſſo punto della diuiſione, tirando la linea diuidente perpendicolare, ad eſſa AC: ma queſto punto uia più facilmente ſi ritrouarà con la pratica de' numeri, in queſto caſo. Io dico in queſto caſo; perche ne gli altri, che ſeguiranno forſe ſarãno più difficili per eſſere più compoſti, & perche ancho accade molte volte; che le linee diuidenti, & le parti della linea φ, doue elleno cadono, ſiano irrationali, non ſolamente nella lunghezza; ma anchora in potenza, come ſi vedrà nel terzo, & quarto caſo di queſto capo, praticato da noi con numeri per ritrouare i punti nella linea φ; oue debbono paſſare le linee diuidenti; ne i quali caſi potranno conoſcere quelli, che vogliono fare profeſſione delle Mathematiche, quanto importa ſapere l'Aritmetica ſpeculatiua in aſſai operationi Geometriche, & quanto, la Geometria, nelli Aritmetici.

Dalla

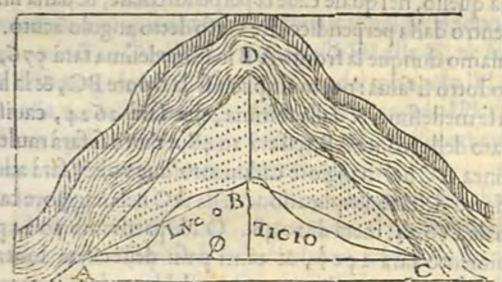
Dalla dimoſtratione fatta nel rettilineo H I L ci imaginaremo di voler ritrouare li trè punti nella linea φ, come ſono li trè M X P poſti nella linea H L, eſſendo che queſto non può ſuccedere, ſe non ſi hà notitia dell'vna; e l'altra fronte delli confinanti, & ancho della lũghezza della linea AC. Dũque porremo pereſſempio; che, la frõte di Lutio regolata, ſia 24 paſsi, la BC di Titio 32, & la linea φ AC 40, nella quale vogliamo notare li tre punti. Prima trouiſi in eſſa il maggiore, & il minore cadimento della perpendicolare, il-che ſarà facile, per eſſere manifeſto, nella 13 propoſitione del 2 libro d'Euclide, che il quadrato del lato, che riſguarda l'angolo accuto è tanto minore, della ſomma delli quadrati degli altri duo lati, che circõdano detto angolo accuto; quanto è la multiplicatione fatta due volte da vno de i lati, che ſono intorno à detto angolo; cioè, da quello, nel quale cade la perpendicolare, & dalla linea preſa di dentro dalla perpendicolare verſo detto angolo acuto. Multiplichiamo dunque la fronte A B in ſe medeſima farà 576, & queſto prodotto ſi ſalua: poi multiplichiſi la fronte BC, & la linea φ. AC in ſe medeſime, & dalla ſomma, che ſarà 2624, cauiſi 576, quadrato della fronte AB, reſtarà 2048, e tanto ſi farà multiplicando la linea A C nel maggiore cadimento due volte, ſarà adunque, il prodotto della multiplicatione della AC nel maggiore cadimento vguale à 1024, metà di 2048. Onde partiremo 1024 per 40, l'auenimento ſarà 25 e $\frac{3}{5}$, & tanti paſsi deue eſſere lontano dal punto C il maggior cadimento; oue debbe cadere la perpendicolare, & iui ſi ſegni Q: Diuidaſi anchora la linea AC 40, in tal due parti, che l'vna all'altra oſſerui la proportione, che hanno le due frõti AB & BC; & ſi trouarà per il 13 Cap. del 3 Trattato vna parte eſſere 22 e $\frac{6}{7}$, & l'altra 17 $\frac{1}{7}$. oue ſi ſegna il punto S lontano dal C paſsi 22 e $\frac{6}{7}$, & volendo ritrouare il terzo punto, multipliciſi la QC 25 e $\frac{3}{5}$ nella S C 22 $\frac{6}{7}$ & la rad. quadra del prodotto 585 $\frac{1}{7}$ ſegniſi il punto R lontano del punto, C, il quale è quello, oue deue paſſare la linea diuidente; per il che verrà a eſſere là CR meza proportionale in frà la Q C, & la SC (per la prima propoſitione del 4. Tratt.
5 Cap.) così s'haueranno ſegnati li trè punti Q R S nella linea φ alla ſimilitudine delli tre, poſti nella linea H L. Di modo che ponẽ

do lo

do lo ſqua. nel punto R ad angolo retto con la A B, & miriſi nella fronte B, ſegnandoſi la linea R T, verrà ſeparato Lutio da Titio, come ſi propone; percioche, ſe la proportione della C S alla S R, è come dalla LP alla P N, per la ſimilitudine delle due figure ABC, & HIL, la proportione ſarà dalla T R alla RC, come dalla ON al la NL. Onde la portione TRC, ſarà quella, che conuiene à Titio, & la ortione A B T R à Lutio, come biſognaua.

Caſo ſecondo di duo confinanti, i quali hanno l'angolo eſtrinſeco al terreno.

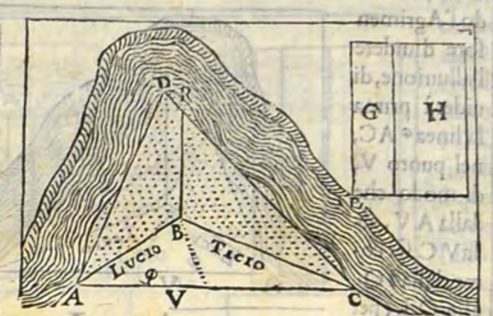
Sia l'alluuione ABCD da diuiderſi trà li duo cõfinãti Lutio, & Titio, che hãno le frõti AB, & BC regolate, le quali cauſano l'angolo



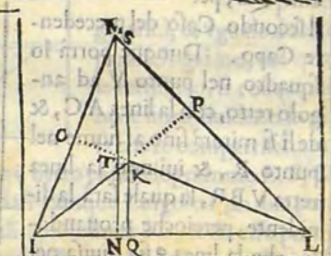
B eſtrĩſeco; per il che tirãdo la linea φ, dalli eſtremi delli cõfinãti, paſſaper il buõ terreno; Dopò regoliſi verſo il fiume AD, & DC: Onde, ſe le fronti de confinanti, & quelle che riſguardano il fiume; ſarãno vguali, la diuiſione ſarà faciliſſima, perche non accaderà prendere altre miſura, nè far' altro rettilineo ſimile, nè ſimilmente poſto: 4 Propoſi. 4 Cap. 2 Tratt. atteſo che baſtarà diuidere l'angolo ABC in due parti vguali, ouero la linea A C, nel punto E, & iui porre lo ſqua. ad angolo retto con'eſſa AC, & guardiſi per il punto B, ſcorrendo con i raggi uiſiui nel punto D, termine del fiume, & ſegniſi la linea retta EBD, la quale ſarà la diuidente frà Lutio, & Titio: perche ſe i lati ſono vguali l'angolo CED è vguale all'angolo AED, & l'angolo ECD vgua-

le al-

le all'angolo EAD, & il rimanente al rimanente, gli due triangoli AED, CEP ſaranno vguale, per la 6. Dignità. Adunque l'alluuione A B C D è compartita come biſognaua. 1. Dignità del. 3. Cap. 2. Trattato.

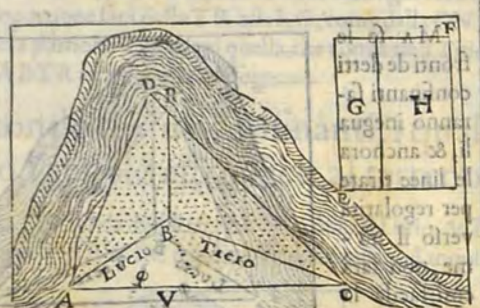


Ma ſe le fronti de detti confinanti ſaranno inegua li, & anchora le linee tirate per regolarità verſo il fiume, non ſarà così facile la diuiſione; perche biſognarà fare il parallelogrammo E F vguale al terreno di detta alluuione diuiſo nelle due portioni G, & H, ſecondo la proportione delle fronti d'eſſi intereſſati, & poi formare il rettilinio I K L M, ſimile al regolato della alluuione, & ſimilmente poſto, & ancho congiungere gli punti I & L con la linea I L, ſimile alla φ onde per collocare la linea diuidente dal punto M, facciaſi cadere la linea M, perpendicolare ſopra della I L, ſegando la I K nel punto T. poi prolunghiſi la linea L K nel punto O, ſegando la linea M N nel punto T, per il che ſi forma il triangolo M T L, del quale ſe ritroua l'eccesso con il parallelogrammo H, il quale eccesso ſi ſalua: poi, ſendo maggiore il triangolo M T L della portione H, ſi ſminuirà detto triangolo M T L di tanra quantità quanto è l'eccesso già ſaluato con la linea S K equidiſtante alla M T prolungata nel punto Q. dico adunque, la linea Q S eſſere la diuidente, & che il triangolo L K S e vguale al pa- 3. Propoſitione del 5. Cap. del 4. Trattato.

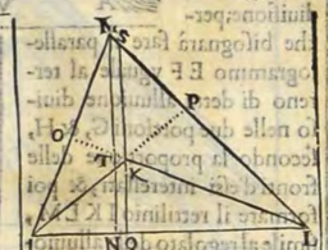


V rallelo-

rallelogrammo H. per la construttione, il quale essendo vguale al detto parallelogrammo ne segue, che il trapezio M I T K S, sarà ancho esso vguale al parallelogrammo G, come si richiede.



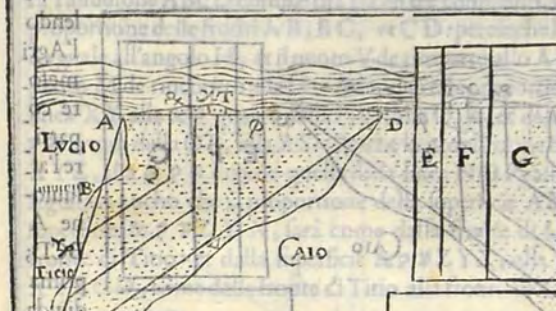
Onde, volendo l'Agrimensore diuidere l'alluuione, diuiderà prima la linea ⌽ AC, nel punto V, di modo che dalla A V, alla V C sia come dalla I Q. alla Q L, per il secondo Caso del precedente Capo. Dunque porrà lo squadro nel punto V ad angolo retto, con la linea A C, & de lì si mirarà sino al fiume nel punto R, & iui noti la linea retta V B R, la quale sarà la diuidente, percioche prouandosi, che la linea ⌽ sia diuisa nel punto V con la medesima proportione, che la linea I L ne seguitarà, che la linea diuidente V B R separarà Lucio da Titio, & la proportione dal quadrangolo A B R D al triangolo B R C sarà come dalla fronte A B alla B C, come si è proposto.

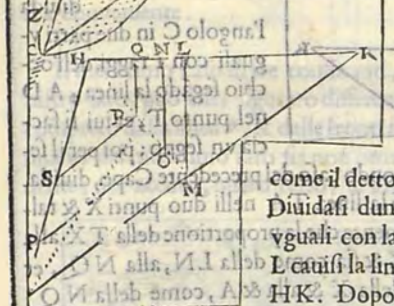


Caso terzo, de tre confinanti duo dei quali sono nel sinistro lato.

Sia l'alluuione A B C D, da compartire trà gli tre confinanti; duo dei quali sono nel sinistro lato; con la proportione delle loro fronti regolisi la figura con le linee AB, BC, CD, & DA, nella

quale figura tirisi la linea ⌽ A D, poi facciasi il parallelogrammo E F G, vguale al terreno d'essa alluuione, il quale compartiscasi nelle tre portioni E F G secondo le proportioni di dette fronti, & in oltre facciasi il rettilineo, HIK, simile à quello del l'alluuione per regolarità, & vguale à detto parallelográmo, nel quale rettilineo, si collocarano le linee diuidenti in guisa che lo compartischino, come il detto parallelogrammo E, F, G. 4. Propositione del 4. Cap. del 4. Trattato.





Diuidasi dunque l'angolo I, in due parti vguali con la linea I L, & da esso punto L cauisi la linea L M perpendicolare alla H K. Dopoi constituiscasi la superficie HPON, simile alla superficie HIML, & vguale alli due parallelogrammi E & F, per la terza propositione del quarto Trattato, & per la medesima, nel medesimo angolo H constituischasi la superficie HQRS vguale al parallelográmo E; adunque il terapezio K N O P I sarà vguala al parallelogrammo G, di modo, che tal proportione sarà dal quadrangolo H Q R S alla superficie S R Q N O P, come dalla portione E, alla portione F, & come dalla superficie SRQ NOP alla NOPIK, così dalla portione F alla portione G, per il terzodecimo capo. Per l'vguale proportione adunque; La proportione dalla prima superficie

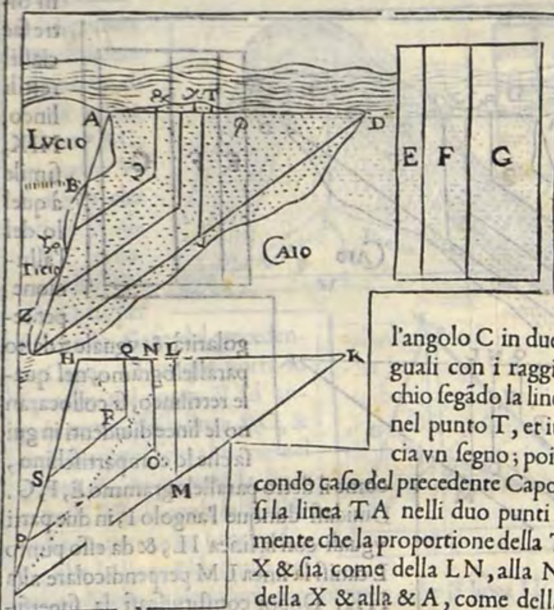
4. Propositione del 4. Cap. del 2. Trattato.

1. Propositione del 3. Cap. del medesimo.

3. Trattato.

SRQH, alla ſuperficie PONKI ſarà come dalla prima portione E alla portione G: Onde il rettilinio HIK ſarà diuiſo dalle due linee QRS, & NOP, come conueniua.

Volendo l'Agrimenſore compartire l'alluuione ABCD; prima diuida



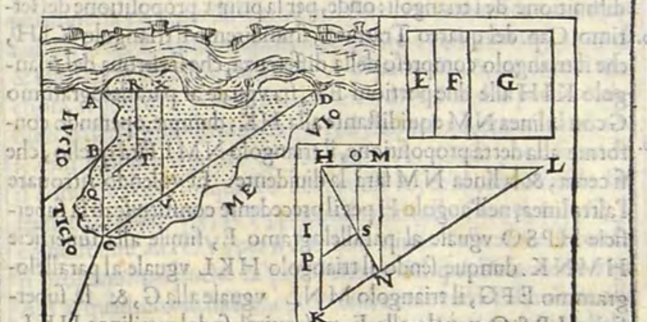
l'angolo C in due parti vguali con i raggi dell'occhio ſegãdo la linea φ AD nel punto T, et iui ſi faccia vn ſegno; poi per il ſecondo caſo del precedente Capo, diuidaſi la linea TA nelli duo punti X & talmente che la proportione della TX alla X & ſia come della LN, alla NQ, et della X & alla & A, come della NQ alla QH. Dopoi pongaſi lo ſquadro nel punto I ad angolo retto con la linea φ, & miriſi tanto lontano, che ſi vegga la fronte regolata di Caio CD, et doue ſega il raggio viſuale, ſi faccia il ſegno V; et nelli duoi punti X & riponghiſi lo ſquadro, ſimilmente ad angolo retto con la linea φ guardando per l'alluuione, et faccia notare le due linee XY, & ?, dopoi nell'angolo A collochiſi lo ſquadro; et de lì miriſi il punto V; et doue i raggi dell'occhio ſeghano le due linee XY & ?, ſi ponghino gli ſegni ? Y: et finalmente traportiſi lo ſquadro nelli duo punti Y, & ?, et de lì ſi miri in modo, che ſi vegga

la fronte B, C, con queſta conditione, che i raggi ſiano equidiſtanti alla CV, et faccinſi ſegnare le due linee YZ, et ? ₮, le quali linee ZYX, et ? ₮ &, dico che ſaranno le diuidenti, et ſarà l'alluuione ABCD compartita frà gli tre confinanti, ſecondo la proportione delle fronti AB, BC, et CD: percioche l'angolo A è vguale all'angolo H, et il punto V de rimpetto allo A, è come il punto M de rincontro alla H; Adunque tale proportione è dalla linea XY alla & ? quale è dalla NO, alla QR, et dalla YZ alla ? ₮ come dalla OP, alla RS: Poiche la proportione della linea XYZ, alla & ? ₮ è come quella della linea NOP, alla QRS; ſeguitara ancho che la proportione della ſuperficie A & ? ₮ alla ſuperficie & ? ₮ZYX, ſarà come dalla fronte di Lutio, alla fronte di Titio, et dalla ſuperficie & ? ₮ZYX, alla ſuperficie XYZCD, come dalla fronte di Titio alla fronte di Caio come era conueniente.

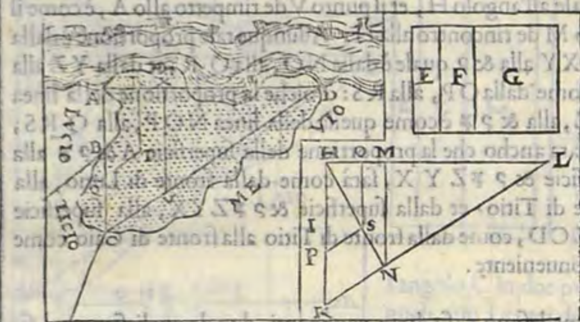
1. Caſo del 6. Cap. di queſto.

1. Prop. del 5. Cap. del 4. Tratt.

Il medeſimo caſo di tre confinanti, duo de quali ſiano nel ſiniſtro lato, può eſſer figurato differente in queſto, che l'angolo compreſo dalla linea φ, & dalle fronti regolate dei detti duo confinanti del medeſimo lato ſia non ottuſo, come è ſtato l'antecedente; ma accuto, ouero retto. L'uno, & l'altro modo di figu-



garlo riceue egualmente la diuiſione buona; ma, per immitare Euclide, che dalla duodecima del ſecondo moſtra il triangolo, che hà l'angolo ottuſo, & nella decima terza moſtra quello, che hà l'angolo accuto; noi anchora habbiamo voluto porre prima l'uno, & poi l'altro modo, riſeruandoci ancho nell'ultimo queſto piu facile da eſſere moſtrato in pratica con numeri, che non è l'altro. Dunque poniamo, che nel rettilineo H K L ſimile all'in-

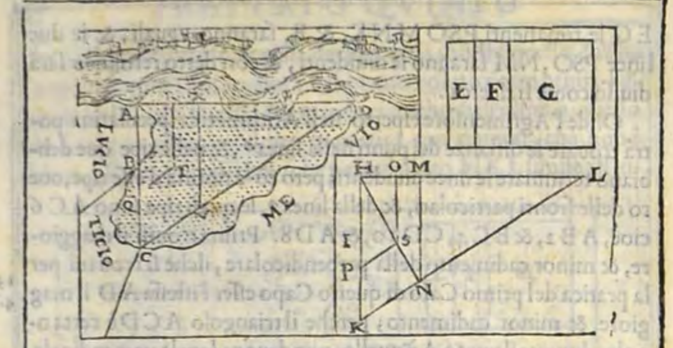


ſerito nell'alluuione A C D, ſi voglino applicare le linee diuidenti, per il primo di queſto capo tiriſi dal punto K la linea K H perpendicolare alla H I, che in queſto caſo è la ſteſſa K H, dunque il triangolo K I H, è rettangolo, hauendo l'angolo H retto: per la diffinitione de i triangoli: onde, per la prima propoſitione del ſet-
2.Trattato. timo Cap. del quarto Trattato, ſminuiremo il triangolo K I H, che il triangolo compreſo della differenza, che ſi ritroua dal triangolo K I H alle due portioni E F, ſia vguale al parallelogrammo G con la linea N M eqnidiſtante alla H K; dunque, operando con-
4.Trattato. forme alla detta propoſitione, il triangolo N M I ſarà quello, che ſi cerca, & la linea N M ſarà la diuidente. Et volendo ritrouare l'altra linea, nell'angolo H per il precedente conſtituiſcaſi la ſuperficie H P S O vguale al parallelogramo E, ſimile alla ſuperficie H M N K. dunque ſendo il triangolo H K L vguale al parallelo-
2.Dignità del.3.Cap. grammo E F G, il triangolo M N L vguale alla G, & la ſuperficie H P S O vguale alla E, ne ſeguirà, ſe dal rettilineo H K L, & dal parallelogrammo E F G ſe ne trarranno da quello le due ſuperficie H P S O, & M N L, & da queſto le due portioni

E G le rimanenti P S O M N K, & F. ſaranno vguali, & le due linee P S O, N M ſaranno le diuidenti, & così detto rettilineo ſarà diuiſo come ſi ricerca.

Onde l'Agrimenſore eſperto nell'Arithmetica ſpeculatiua potrà trouare le diſtanze dei punti nella linea φ, & nelle ripe oue debbiano terminare le linee diuidenti; però cō la notitia d'eſſe ripe, ouero delle fronti particolari, & della linea φ, le quali ripe ſono A C 6 cioè, A B 2, & B C 4, C D 10, & A D 8. Prima trouiſi il maggiore, & minor cadimento della perpendicolare, ilche ſi trouarà per la pratica del primo Caſo di queſto Capo eſſer l'iſteſſa A D il maggiore, & minor cadimento; perche il triangolo A C D è rettangolo; dunque il punto A è quello, oue deue cadere la perpendicolare; però diuidiſi 8 in tale due parti, che l'una all'altra habbia la proportione che hà 5 à 3, delle quali ſi trouarà l'vna eſſer 5, & l'altra 3. & tale ſarà la portione di Meuio al rimanente dell'alluuione; onde multiplicandoſi la quantità di A D 8 nella parte maggiore 5 farà 40, & notiſi la rad. quadra di queſto prodotto nel ſegno X, lontano dal ſegno D. la onde cauiſi la rad. 40 da 8 reſtarà la lunghezza della A X 8. men rad. 40, per volere anchora ſapere la diſtanza del punto R al punto A, cōſideriſi la proportione di tutta la ripa A C, alla fronte A B, & quella ſi trouarà come da 3 à 1; onde diuidendo il quadrato di 8. men rad. 40. in due parti tali, che oſſeruino la proportione da 3 à 1, quella ſe trouarà eſſere per auenimēto 34. $\frac{2}{3}$ men rad. 1137. $\frac{7}{9}$, & la rad. vniuerſale di queſto è 34 $\frac{2}{3}$ men rad. 1137. $\frac{7}{9}$ & tale ſarà la diſtanza dal punto A al punto R, & per ſapere anchora il punto Q; diuidiſi il quadrato di A C in due parti, c'habbino la detta proportione da 3 à 1, il che ſarà 12, & per la rad. 12. ſegniſi lontano il punto Q dal punto A. Onde potrà ſecondo il coſtume porre lo ſquadro nelli punti R, & X, & mirando far ſegnare le linee X V, R T, perpendicolari alla linea φ, & la Q T equidiſtante alla C V; per il che ſarà diuiſa l'alluuione ſecondo ſi propone: percioche la proportione del quadrato della ripa A B al quadrato della linea X V ſarà come tutta l'alluuione alla portione X V D di Meuio, & per conſequenza tutto il parallelogrammo E F G, alla portione G, & il quadrato della linea X V al

13.Cap. del 4.Trattato.

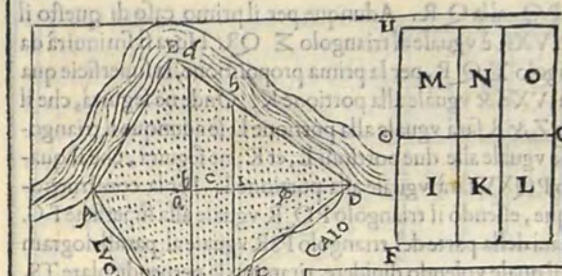


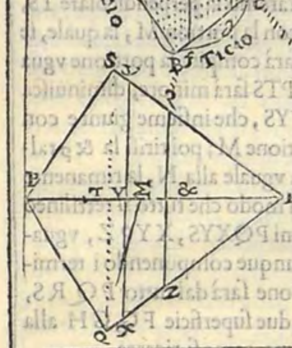
quadrato della linea R T, come il quadrangolo A C V X, alla ſuperficie A QTR, & per conſequenza le due portioni EF, alla portione E di Lutio. Dunque la portione VXD alla ſuperficie RTQCVX di Titio ſarà come dalla portione G alla portione E, & per conſequenza dalla fronte CD alla fronte CB la linea adunque XV, RTQ ſaranno le diuidenti.

Et ſe egli non ſarà eſſercitato in tali operationi Arithmetice, potrà notare vna linea dall'angolo A al punto V, come dalla H alla N, & operare, come fu detto, nel ſecondo Caſo del precedente Capo, nella linea φ, che ne ſeguirà la medeſima diuiſione; hauendo ritrouati i punti, oue debbano terminare le linee diuidenti. Onde dalle operationi Arithmetiche ſi verificherà le Geometriche.

Caſo quarto di tre confinanti, due ſono nel lato deſtro, & la linea fondamentale paſſa per mezo all'alluuione.

Supponghiſi l'alluuione ABCDE di tre confinanti, che due di quelli ſiano nel lato deſtro da compartirſi ſecondo il ſolito delle fronti regolati con le linee rette AB, BC, CD, & le parti verſo il fiume DE, EA, & ancho con la linea φ A D, che paſſa per mezo

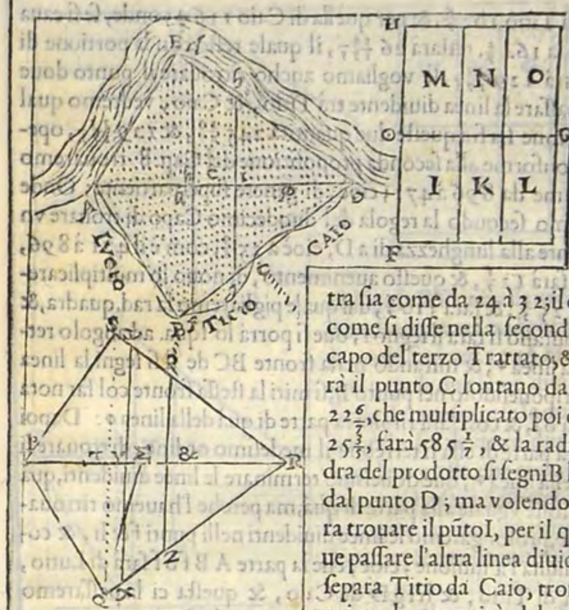




all'alluuione ſia il parallelogrammo FG vguale al terreno dell'alluuione di quà dalla linea φ; & ſopra il lato φ G ſia conſtituito il parallelogrammo GH vguale al terreno di là dalla linea φ verſo il fiume: onde gli detti due parallelogrammi FG, GH, ſiano diuiſi nelle portioni I, K, L, et M, N; O, ſecondo le proportioni di dette fronti. Dopoi ſia ancho fatto il rettilineo PQ RS ſimile, & ſimilmente poſto à quello dell' alluuione, & vguale alli duo parallelogrammi FG, GH, la quale ſuperficie P Q R S ſia diuiſa nelle tre portioni, che l'vna habbia proportione all'altra, come hà la I M, alla KN, & la KN alla L O. Prima congiunghiſi la P R con la linea ſimile alla φ A D, per douerſi tirare ſopra le linee diuidenti perpendicolari: dunque per la prima del ſeſto capo tiriſi la QT perpendicolare alla PR, poi ſeghiſi la PR nel punto Σ, che la proportione della PΣ alla Σ R ſia come dalla PQ alla Q R: dopoi trouiſi la VR mezana proportionale frà la TR, & Σ R, & de li tiriſi la VX equidiſtante alla TQ; Onde ſara formato il triangolo V X R vguale alle due portioni KL: percioche congiungendo la Σ Q il triangolo P Q Σ al triangolo Σ Q R, ſarà com' è dalla P Σ alla Σ R per la prima dimanda del quarto Trattato, ouero come 3. Proposi. 4. Cap. del 4. Tratt. 1. Pr posi. 5. Cap. 4. Tratt.

me dalla P Q alla Q R. Adunque per il primo caſo di queſto il triangolo VXR è vguale al triangolo Σ QR. Hora ſi ſminuirà da eſſo triangolo Σ Q R, per la prima propoſitione, la ſuperficie qua-
7. Cap. 4. Tratt. drangola VXZ& vguale alla portione K. Onde ne ſeguirà, che il triangolo Z & R ſarà vguale alla portione L: ſe adunque il triangolo VXR è vguale alle due portioni L, et K; ne ſeguirà, che il quadrangolo PQXV ſarà vguale alla portione I. Per la conſtruttione adunque, eſſendo il triangolo P Q R vguale alla ſuperficie F G. il ſimile ſarà della parte del triangolo PSR vguale al parallelogrammo GH, il quale volendo diuidere, tiraremo la perpendicolare TS, e il triangolo PTS lo paragonaremo con la portion M, la quale, ſe ſarà vguale al detto triangolo PTS, ſarà compita la portione vguale alla I M; & ſe per ſorte il triangolo PTS ſarà minore, diminuiſca ſi il triangolo TRS della quantità TVYS, che inſieme giunte con il triangolo PTS, ſi agguagli alla portione M; poi tiriſi la & ρ talmente, che la ſuperficie Y V & ρ. ſia vguale alla N, la rimanente & ρ R ſarà vguale alla portione O: di modo che tutto il rettilineo Q R S, è compartito nelle tre portioni PQXYS, XY ρ Z, vguali alle tre portioni I M, KN, L O, adunque componendo i termini, per l'undecimo capo, tale proportione ſarà dal tutto P Q R S, alle parti P Q X Y S, qual ſarà dalle due ſuperficie F G, G H alla parte I, M, & così ſeguendo d'vna in vna, come ſi ricerca.

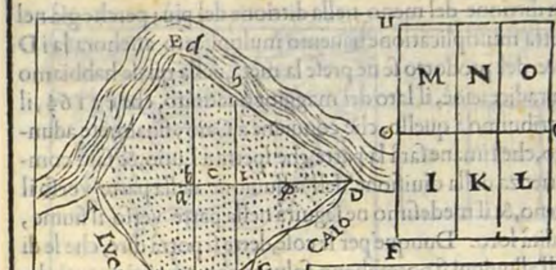
Venẽdo dũque all'atto della diuiſione dell'alluuione, baſterà prima trouar li tre pũti a b c nella linea φ, li quali ſi trouano (com'è detto nel primo caſo) con numeri per la notitia delle fronti, & della li-
di queſto Cap. nea φ; anchora che in diuerſi altri modi ſi poſſa fare. Nondimeno ſupponeremo il medeſimo di detto primo caſo, che la fronte A B di Lutio ſia 24, B C di Titio 15, C D di Caio 17, & la linea φ AD 40. Per ſapere prima oue cada la perpendicolare ſopra della linea φ, multiplichiſi 24 in ſe ſteſſo, farà 576; anchora ſi multiplichi 32, e 40 in ſe medeſimi, faranno l'vno 1024, l'altro 1600, che giunti in vna ſomma, faranno 2624, de' quali tratti 576, reſtarà 2048, che diuiſo per il doppio di 40, ch'è 80, l'auenimento ſarà $25\frac{3}{5}$, & iui ſi ſegnarà a tanto lontana dal punto D. Dopò queſto, per trouare il punto C, diuidaſi 40 in due parti, che la proportione dell'vna all'al-

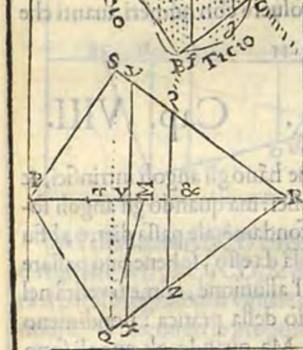


tra ſia come da 24 à 32; il che ſi fa, come ſi diſſe nella ſeconda del 13 capo del terzo Trattato, & ſi ſegnarà il punto C lontano dal D, per $22\frac{6}{7}$, che multiplicato poi con AD $25\frac{3}{5}$, farà $585\frac{1}{7}$, & la radice quadra del prodotto ſi ſegni B lontano dal punto D; ma volendo anchora trouare il pũto I, per il quale deue paſſare l'altra linea diuidẽte, che ſepara Titio da Caio, trouaremo prima la quantità del triangolo A B a; ma biſogna ſapere la lunghezza della perpendicolare, la quale ſi conoſce multiplicandoſi $14\frac{2}{5}$ in ſe medeſimi, che fanno $207\frac{9}{25}$, & cauandoſi da 576 quadrato di A B, reſta $369\frac{16}{25}$, del quale reſto ſe ne pigli la radice quadra, la quale è $19\frac{1}{5}$, & tanto è la lunghezza della perpendicolare. Hora, ſe vogliamo ſapere la quantità del detto triangolo A B a, multiplicaremo $14\frac{2}{5}$ nella metà di $19\frac{1}{5}$ farà il prodotto $138\frac{6}{25}$, & volendo la quantità anchora del triangolo A B D, multiplichiſi detto $19\frac{1}{5}$ nella metà di $25\frac{3}{5}$, farà $245\frac{19}{25}$, che giunti con $138\frac{6}{25}$, faranno 384, per la quantità del total triangolo a B D, & queſta quantità ſi deue diuidere in tre portioni, che l'vna all'altra oſſerui la proportione delle dette fronti, le quali portioni s'haueranno mediante le regole date nella ſeconda propoſitione del 13 Cap. onde la portione di Lutio ſarà $164\frac{4}{7}$, &

quella di Titio $102\frac{6}{7}$, & per quella di Caio $116\frac{4}{7}$; onde, se si caua $138\frac{6}{25}$ da $164\frac{4}{7}$, restarà $26\frac{58}{175}$, il quale resto con la portione di Titio sarà $129\frac{33}{175}$: se vogliamo ancho ritrouare il punto doue debba passare la linea diuidente trà Titio, & Caio, vedremo qual proportione sia frà queste due quantità $245\frac{19}{25}$, & $129\frac{33}{175}$, ope-
4.Tratt. rando conforme alla seconda propositione del Cap. 8 trouaremo essere come da 896 à 471; cioè, di genere superpartiente; Onde operaremo secondo la regola del duodecimo Capo di trouare vn cōseguente alla lunghezza di a D, cioè a $25\frac{3}{5}$, com'è il 471 à 896, il quale sarà $12\frac{1}{7}$, & questo auenimento, di nouo lo multiplicaremo con $25\frac{3}{5}$, & farà $310\frac{6}{7}$, dal quale pigliaremo la rad. quadra, & tanto lontano si farà il segno i; oue si porrà lo squa. ad angolo retto con la linea ⌽, & mirando nella fronte BC de lì si segni la linea g, i, & riponendolo nel punto B, si miri la stessa fronte col far nota rea linea b f, & così sarà risolta la parte di quà della linea ⌽: Dapoi dall'altra parte di essa si terrebbe il medesimo ordine, di trouare li punti nella linea ⌽, oue douessino terminare le linee diuidenti, quādo non fosse vguale alla parte di quà; ma perche l'hauemo ritrouata vguale, prolongaremo le linee diuidenti nelli punti f & h, & così sarà diuisa l'alluuione; cioè, che la parte A B f b f sarà di Lutio, f b f g i h di Titio, & h i g D di Caio, & questa ci la passaremo senza altra ragione, facendone solamente l'isperienza con numeri, acciò ne venghino chiari quelli, che vogliono far proua in casa, perche gli Agrimensori son tenuti farla con la misura istessa.

Da noi dunque si è conchiuso, che la parte di quà della linea ⌽, sendo 384, che le portioni del compartimēto, l'vna sia $164\frac{4}{7}$; quella di Titio $102\frac{6}{7}$, & di Caio $116\frac{4}{7}$: & le distanze, che sono da vn punto all'altro, oue passano le linee diuidenti dal punto D al punto b, rad. $585\frac{1}{7}$, & dal medesimo D alla i rad. $310\frac{6}{7}$, & volendo fare questa proua, bisogna sapere anchora quāte sono le lōghezze delle linee diuidenti, la quale sarà facile, mediante la regola cauata dalla 4 propositione del sesto libro d'Euclide, & si potrà così dire, se a D longa $25\frac{3}{5}$ hà sopra di se la perpendicolare longa $19\frac{1}{5}$, di che longhezza sarà quella, che stà sopra la b D, rad. $585\frac{1}{7}$? operando per la regola del 3, si ritrouarà essere $329\frac{1}{7}$, & la rad. di questo sa-





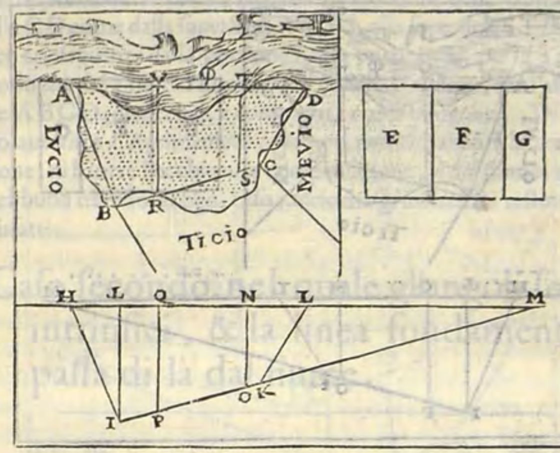
rà lōga la BF; con il medesimo ordine si ritrouarà la lūghezza di i g: la quale sarà rad. $174\frac{6}{7}$. Hauēdo dūque note le due linee diuidēti sarà facile il conoscere se la quantità interposta fra le dette due linee sia vguale a quella, che conuiene à Titio; perche sarà sufficiente à congiongere le due quantità in vna somma, & quella multiplicare per quella parte della linea fondamentale, oue elleno cadino, & del prodotto pigliarne la metà, & di quella estrahere la radice quadra: la quale sarà la quantità ricercata. Essempio, la linea b f è rad. $329\frac{1}{7}$, & la i g rad. $174\frac{6}{7}$: le quali giunte, fanno rad. $329\frac{1}{7}$, più rad. $174\frac{6}{7}$, & questa si multiplica per la b i; & perche la b i è parte della b D, cioè di rad. $585\frac{1}{7}$, farà bisogno cauare della detta b D la i D, acciò ne resti la b i; dunque cauisi i D; cioè, rad. $310\frac{6}{7}$ da rad. $585\frac{1}{7}$. restarà rad. $585\frac{1}{7}$ men rad. $310\frac{6}{7}$, il qual resto multiplicato con rad. $329\frac{1}{7}$ più rad. $174\frac{6}{7}$ il prodotto sarà rad. 9437184. men rad. 263424, del quale prodotto dicemo che se ne prēda la metà, la quale è rad. 2359296 men rad. 665856; onde estrahendone la rad. quadra; cioè, il lato del maggior quadrato che capire ui possa rimane $219\frac{3}{7}$ men $116\frac{4}{7}$ il quale meno $116\frac{4}{7}$ cauādolo da $219\frac{3}{7}$ resta $102\frac{6}{7}$. per la portione di Titio & per la portione di Caio bastarà re mouere la dittione del meno nella dittione del più; perche già nel far la sudetta multiplicatione hauemo multiplicato anchora la i D nella i g, & del prodotto se ne prese la metà, della quale habbiamo estratta la radice; cioè, il lato del maggior quadrato, che è 116$\frac{4}{7}$, il quale l'attribuimo à quello, che conuiene à Caio; finalmẽte adunque quello, che rimane sarà la parte, che spetta à Lutio, & sarà compita l'isperienza della diuisione dell'alluuione nella parte verso il buon terreno, & il medesimo ne seguirà nella parte verso il fiume, per l'vgualità loro. Dunque per le cose dette si potrà dire, che le diuisioni dell'alluuioni si potrebbeno soluere con numeri, auanti che si segnassino le linee diuidenti.

De i casi di tre ripe. Cap. VIII.

NE i casi di tre Ripe, alcune hãno gli angoli intrinsici, & alcune gli hanno estrinsici: ma quando gli angoli sono intrinsici, ò la linea fondamẽtale passa dietro al fiume, ouero che passa di là da esso, se bene può passare per mezo il fiume, & anco dentro all'alluuione, come si vedrà nel fine del presente Tratt. al primo Caso della pratica: nondimeno si riduce alla medesima diuisione. Ma quando gli angoli sono estrinsici; cioè, che vno sia intrinsico (perche è impossibile, che tutti due siano estrnsici) all'hora si potrà asignare nuoua differenza; percioche tal volta le fronti, ò vogliamo dire i lati, che lo comprendono, ò sono vguali, ò sono disuguali, cioè, che il maggiore è quello di sopra, ò che pur il maggiore è quello di sotto; & così hauremo cinque Casi bastanti, per dimostrare l'alluuione di tre ripe.

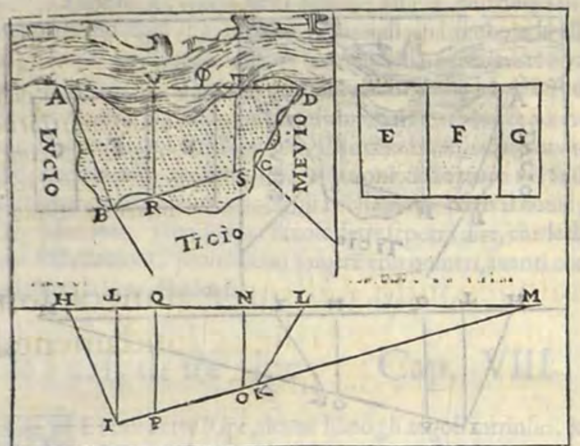
Caso primo, nel quale gli angoli sono intrinsici, & la linea fondamentale passa dietro al fiume, & ancho per entro ad esso.

Sia



Sia l'alluuione ABCD circondata dalli tre confinãti con le frõti regolate AB, BC, CD, & dalla linea A D per le premesse si farà il parallelogrammo vguale al terreno di essa, diuiso nelle tre portioni EFG, secondo le proportioni delle fronti, & si farà anco il rettilineo H I K L simile allo inscritto dell'alluuione, il quale si deue poi compartire secondo il solito modo; essaminisi se l'angolo I è vguale all'angolo K, & la HI alla KL, & se gli angoli IK, & le due linee HI, & KL siano vguali il rettilineo HIKL sarà parallelogrammo, per il primo Caso del 6. Cap. ma se saranno ineguali bisognarà dalla parte, oue l'angolo è maggiore prolongare le due linee IK, & KL sin tanto che le si congiunghino nel punto M. peril che verrà formato vn triangolo come è H I M, il quale è mezo per trouare le linee diuidenti, come fù detto alla 2. Dimanda del 5. Cap. di questo. hora per venire all'atto di questo, dal punto I tirisi la perpendicolare IT alla HM, & il triangolo I H T cauisi dalla portione E, se ella però e maggiore d'esso triangolo H I T; ma se il triangolo sarà maggiore della portione E si opera come nelli precedenti casi; ma essendo minore dico che si caua della portione E, & il rimanente si

salua



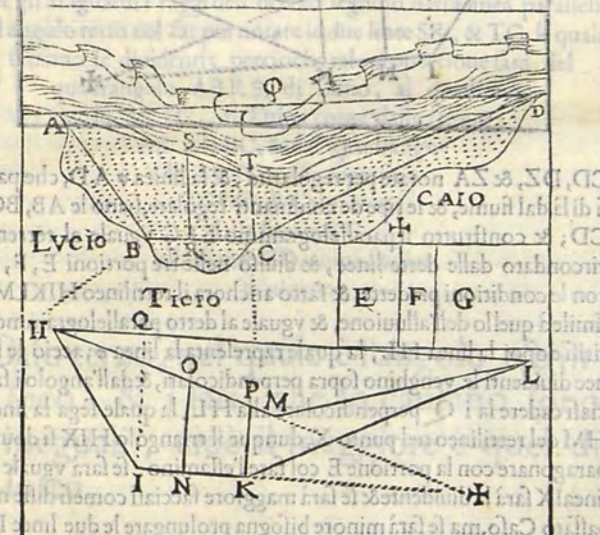
ſalua, del quale rimanente trouiſi l'eccesſo trà il triangolo i T M, del quale eccesſo facciaſi il triangolo Q P M vguale ad eſſo, per la prima Propoſitione del 7. Cap. di nouo trouiſi anchora l' eccesſo, il quale è dal triangolo P Q M alla portione F, facendone il triangolo N O M ad eſſo vguale; ma che la linea N O ſia equidiſtāte alla P Q. Eſsēdoſi moſtrato, per la conſtrutione, che il quadrāgolo Q P O N, è vguale alla portione F; ne ſegue, che il quadrangolo N O K L ſarà vguale alla portion G, per l'vgualità che hà il parallelogrammo, con il rettilineo H I K L. Adūque le due linee P Q, O N ſaranno le diuidenti come era il biſogno.

4.Tratt.

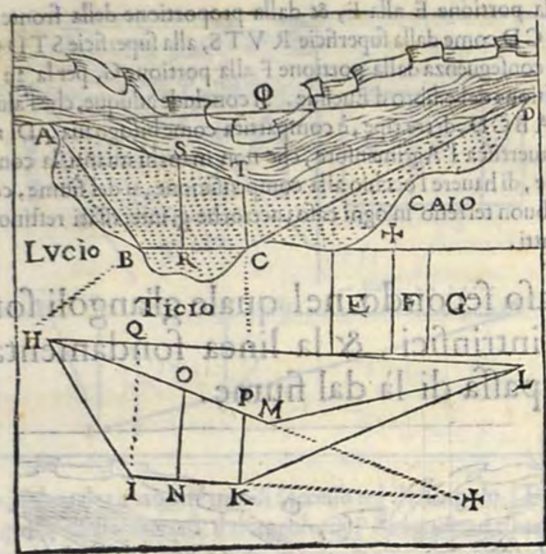
Et per diuidere l'alluuione A B C D, diuida lo Agrimenſore la linea ⊕ (come fù inſegnato nel 2. Caſo del 6. Capo,) nelli due punti V T, di modo che la proportione dalla A alla V, ſia come dalla H Q alla Q N, & dalla V T, alla T D, come dalla Q N alla N L, & de lì notarà le linee V R, T S, perpendicolari alla A D; le quali ſono le diuidenti trà Lutio, Titio, & Meuio, come ſi propone. Percioche, la proportione che ſarà dalla fronte A B, alla B C così ſarà dalla ſuperficie A B R V, alla ſuperficie V R S T, & per conſeguenza

dalla portione E alla F, & dalla proportione della fronte B C alla C D come dalla ſuperficie R V T S, alla ſuperficie S T D C, & per conſeguenza dalla portione F alla portione G, per la 22 Propoſitione del 5. libro d'Euclide. Si conclude adūque, che l'aluuione A B C D, di tre ripe, è compartita come biſognaua. Di nuouo auertiſca l' Agrimenſore, che non manchi auanti la concluſione, di hauere l'occhio alla compenſatione, sì del fiume, come del buon terreno in ogni caſo; accioche gl'intereſſati reſtino ſodisfatti.

Caſo ſecondo, nel quale gl'angoli ſono intrinſici, & la linea fondamentale paſſa di là dal fiume.



Sia l'alluuione A B C D Z compreſa dalle linee rette A B, B C,



CD, DZ, & ZA notate per regolarità, & la liniea ⌽ A D, che passi di là dal fiume, & le ripe de confinanti regolate, siano le AB, BC, CD; & construtto il parallelogrammo E F G vguale al terreno circondato dalle dette linee, & diuiso nelle tre portioni E, F, G con le conditioni predette, & fatto anchora il rettilineo HIKLM, simile à quello dell'alluuione, & vguale al detto parallelogrammo, tirisi dopoi la linea H L, la quale rapresenta la linea ⌽; acciò le linee diuidenti le venghino sopra perpendicolari, & dall'angolo i facciasi cadere la i Q perpendicolare alla H L, la quale sega la linea HM del rettilineo nel punto X, dunque il triangolo HIX si dourà paragonare con la portione E col fare l'essamino: se sarà vguale la linea IX sarà la diuidente & se sarà maggiore facciasi come si disse nel passato Caso, ma se sarà minore bisogna prolungare le due linee IK HM, sin tanto, che le se congiunghino, com'è dire nel punto ✠, & questo auiene, perche gli angoli H X I, & X I H causati dalla li-

3. Proposi. 5. Cap. 2. Tratt.

6. Proposi. 2. Tratt.

nea I X sono minori di due retti, adunque s'hauerà il triangolo X I ✠ da diminuire di tanta quantità, quanto è l'eccesso, che auanza la portione E il triangolo HIX, il che operando per la prima del 7. Cap. si trouarà, che la linea NO chiude il quadrangolo XINO vguale à tale eccesso; onde la portione HINO sarà vguale alla portione E. Per il precedente Caso tirisi la K P in tal maniera però che il quadrangolo O N KP sia uguale alla portione F, la rimanente superficie adunque P M L K sarà uguale alla portioue G per la construttione.

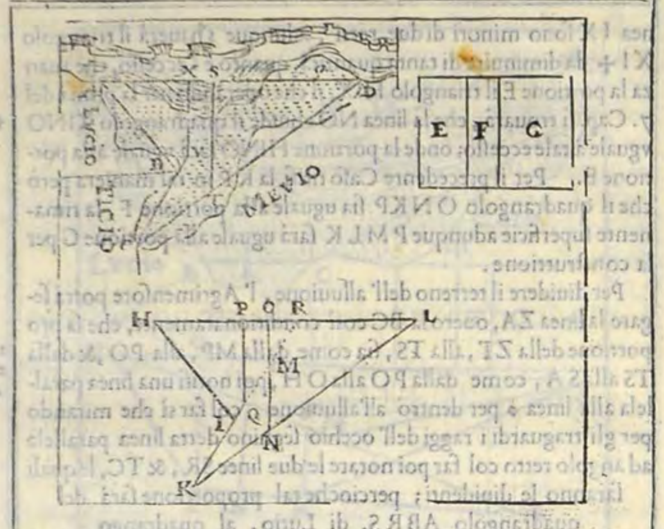
4. Tratt.

Per diuidere il terreno dell'alluuione, l'Agrimensore potrà segare la linea ZA, ouero la BC così conditionatamente, che la proportione della ZT, alla TS, sia come dalla MP, alla PO, & dalla TS alla S A, come dalla P O alla O H, poi notisi una linea parallela alla linea ⌽ per dentro all'alluuione, col far sì che mirando per gli traguardi i raggi dell'occhio seghino detta linea parallela ad angolo retto col far poi notare le due linee SR, & TC, le quali saranno le diuidenti; percioche tal proportione sarà del quadrangolo ABRS, di Lutio, al quadrangolo SRTC, di Titio, come dalla fronte AB alla BC, & dal quadrangolo SRTC, alla superficie TCDZ, di Caio, come dalla fronte B C, alla fronte CD, come faceua dibisogno.

2. Caso del 6. Cap. di questo.

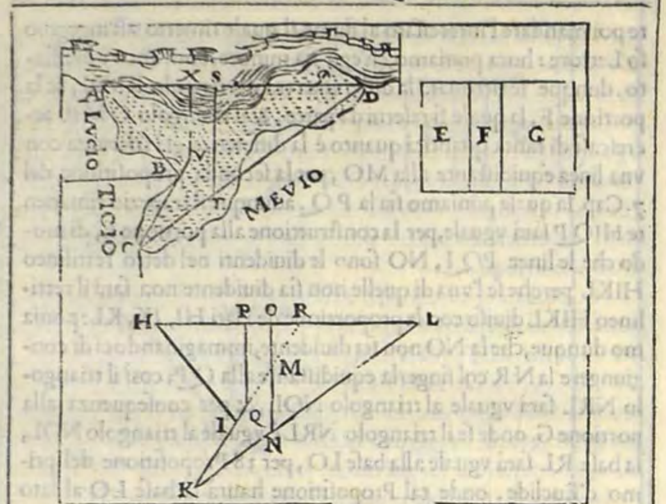
Caso terzo, nel quale è l'angolo estrinseco, & i lati, che lo causano sono ineguali, cioè il maggiore è quel di sotto.

Sia l'alluuione A B C D regolata, la quale hà l'angolo estrinsico, da compartire fra gli tre confinanti Lutio, Titio, & Meuio,



& ſia il parallelogrammo vguale al terreno d'eſſa alluuione; diuiſo nelle tre portioni E F G, che oſſeruino la proportione, la quale hà vna fronte con l'altra; & ſia il rettilineo HIKL vguale alle dette tre portioni EFG & ſimile all'inſcritto ABCD. & queſto diuideremo in tre portioni vguali alle tre EFG, ouero ſecondo la proportione delli tre lati H I, I K, K L, tiriſi adunque ſopra della H L la linea NO perpendicolare ad eſſa in qual ſito ſi voglia. Hora ſia nel punto O, facendo il triangolo ONL, il quale lo paragonaremo con la portione G, ſe ſarà maggiore ſminuiſcaſi di tanta quantità, quanto è l'eceſſo, per la prima propoſitione del 7. Cap.
4. Tratt. & ſe egli ſarà minore accreſcaſi di quanto è la differenza, che ſi ritrouarà, per la ſeconda propoſitione del medeſimo; ma poniamo che ſia vguale, dunque la linea N O ſarà vna delle diuidenti. Per trouare la portione F, prolonghiſi la K I ſino nel punto R, ſegando la N O nel punto M; in tal modo haueremo il triangolo M K N del quale faremo l'eſſamine con la portione F, la quale ſe per caſo foſſe vguale biſognarebbe ritrouare altro modo per pote-

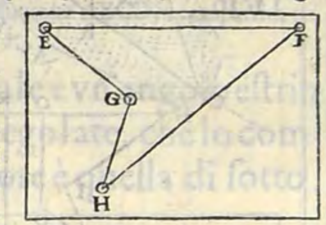
re poi mandare l'intereſſato al fiume, il quale rimetto all'ingegnio ſo Lettore: hora poniamo, ch'egli ſia minore, com'anco è ineffetto. dunque ſe ritrouarà la differenza trà il triangolo KMN, & la portione F, la quale ſi reſerui da parte, & il triangolo O M R accreſcaſi di tanta quantità quanto è la differenza già riſeruata con vna linea equidiſtante alla M O, per la ſeconda propoſitione del 7. Cap. la quale poniamo ſia la P Q. adunque il trapezio rimanente HIQP ſarà vguale, per la conſtruttione alla portione E, di modo che le linee PQI, NO ſono le diuidenti nel detto rettilineo 4. Tratt.
HIKL perche ſe l'vna di quelle non ſia diuidente non ſarà il rettilineo HIKL diuiſo con la proportione de i lati HI, IK, KL: poniamo dunque, che la NO non ſia diuidente, immaginandoci di congiungere la N R col fingerla equidiſtante alla Q P; così il triangolo NRL ſarà vguale al triangolo NOL, & per conſequenza alla portione G. onde ſe il triangolo NRL è vguale al triangolo NOL, la baſe RL ſarà vguale alla baſe LO, per 38 Propoſitione del primo d'Euclide. onde tal Propoſitione haurà la baſe LO al lato O N, quale hà la LR al lato R N, per la prima dimanda del quarto Trattato; ma è impoſsibile, che le Proportioni de diuerſi generi conuengono in ſieme per le ragioni dette nel 6. Capo. Oltra che 3. Tratt.
ſarà impoſsibile, che in vna medeſima rettalinea ſi conſtituiſcano in diuerſi punti, due linee rette vguali à due medeſime, per la ſettima propoſitione del primo d'Euclide; perche hauemo dalla medeſima linea L O tirati da i punti diuerſi O, & R le due linee O N, & R N, congiunte nel punto N, è impoſsibile, ch'elleno ſiano vguali. Duo altri inconuenienti naſcono, eſſendo la linea L R vguale alla L O, l'uno è, che il contenuto ſarà vguale al continente, & l'altro, che il minore ſarà vguale al maggiore, perche l'angolo L N R ſaria vguale all'angolo L N O: ma è dimoſtrato per Euclide nella 21. propoſitione del primo, che ſe da i termini d'un lato di qualſiuoglia triangolo rettilineo ſi conſtituiſcano due linee rette di dentro da eſſo, ſaranno minori delli due lati del triangolo. Adunque il triangolo L N R contenuto ſaria vguale al triangolo LON, che lo contiene, & per conſeguenza l'angolo minore ſaria vguale al maggiore. Che la linea N R ſia equidiſtante alla Q P,



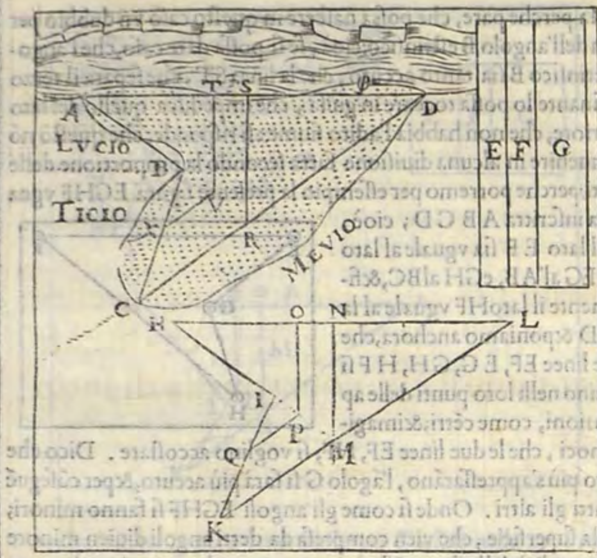
è inconueniente, perche è manifeſto per Euclide nella 27. Propoſitione del primo, che s'vna linea retta caderà ſopra due linee rette, & farà gli angoli alterni uguali, & quelle due linee ſaranno parallele. Di ſopra habbiamo prouato, che gli angoli NOL, NRL ſono differenti. adunque le due linee ON, NR non ſono parallele; onde, non eſſendo la linea NR la diuidente, reſta che la linea NO è la diuidente, & che il rettilineo H I K L è diuiſo con proportione come ſi richiedeua.

Da queſto adunque ſarà manifeſto, ſe ſi vorrà diuider l'alluuione che baſtarà, per le regole date di ſopra nel ſecōdo Caſo del ſeſto Capo, trouare gli punti S, & X nella linea fondamentale, come ſono gli due P O, nella HL, & in quelli ſi porrà lo ſquadro ad angolo retto con eſſa linea, & ſi farà ſegnare le linee rette ST, & XV prolongando anchora la C B, ſin tanto che ſeghi la X V nel punto V, la quale linea B V X diſgiunge Titio da Lutio, & la S T ſepara Titio da Meuio. Adunque l'alluuione A B C D ſarà compartita frà gli tre confinanti, come biſognaua.

Ma perche pare, che poſſa naſcere in queſto caſo vn dubbio per cauſa dell'angolo B eſtrinſico: cioè, ſe ſi poſſa dare caſo, che l'angolo eſtrinſico B ſia tanto accuto, che la linea ST, che ſepara il terzo confinante lo poſſa toccare in guiſa, che impediſca quello del lato ſuperiore, che non habbia l'adito fiume: ſi riſponde, che queſto nō può auenire in alcuna diuiſione fatta ſecondo la proportione delle fronti: perche porremo per eſſempio la preſente figura EGHF vguale alla inſcritta A B C D; cioè, che il lato E F ſia vguale al lato AD, EG al'AB, eGH al BC, & finalmente il lato HF vguale al lato CD & poniamo anchora, che dette linee EF, E G, G H, H F ſi mouino nelli loro punti delle applicaxioni, come cētri; & imaginiamoci, che le due linee EF, HF, ſi voglino accoſtare. Dico che quāto più s'appreſſarāno, l'āgolo G ſi farà più accuto, & per cōſeguēza tutti gli altri. Onde ſi come gli angoli EGHF ſi fanno minori; così la ſuperficie, che vien compreſa da detti angoli diuien minore per la qualità delle figure Iſoperimetre; & qual proportione haueua la prima quantità delli angoli aperti alla differenze della ſeconda quantità delli angoli reſtretti, tal proportione biſogna, che habbia la prima portione di ciaſcun confinante alla differanza della ſeconda portione, eſſēdo che la linea diuidēte ST nō toccaua da principio l'angolo B, ne anco dopò potrà toccarlo altrimenti; perche non ſi riſeruarebbe quella proportione della vgualità, che con il rettilineo HIKL ſi ritroua. Adūque nō ſi potrà dar caſo, per il quale il cōfinante ſuperiore dell'angolo eſtrinſico uēga impedito dell'adito la fiume dalla linea ST.



Caſo quarto, nel quale ſia vn'angolo eſtrīſico, & le fronti regolate, che lo comprendono ſiano vguali.

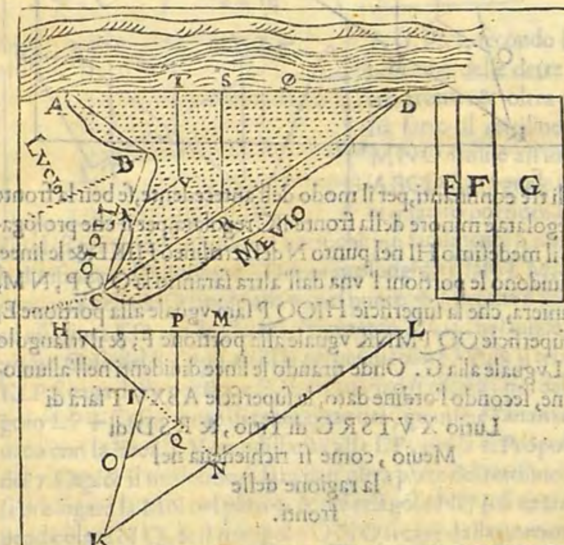


Sia l'aluuione A B C D, la quale hà due fronti vguali regolate, che causano l'angolo B estrisico da compartire trà tre confinanti con le fronti regolate AB, BC, CD; volendo conseguire l'intento si supone, che sia fatto il parallelohremmo diuiso nelle tre portioni EFG, & il rettilineo HIKL simile a quello dell'a lluuione, & vguale alle tre portioni; per il precedente caso tirisi adunque la M N perpendicolare alla HL, in modo che il triangolo MNL sia vguale alla portion G; dopoi si prolungarà la H I sin tanto, che la seghi la KL, com'è a dire nel punto M, & sia diuisa la I N nel punto P, in modo che la proportione, che hà la I M alla M P, sia come dalla M P alla P I per la prima Propositione del 3. Capo. oltra di questo
4.Tratt. tirisi la P O equidistante alla M N, & del triangolo H P O facciasi lo essamino, con la portione E; & se quello è vguale sarà diuiso il
2.Proposi. 6.Cap. 2.Tratt. rettilineo H I K L; ma non essendo vguale operisi in quel modo, che tante volte è stato detto, & si tirarà finalmente la P Q

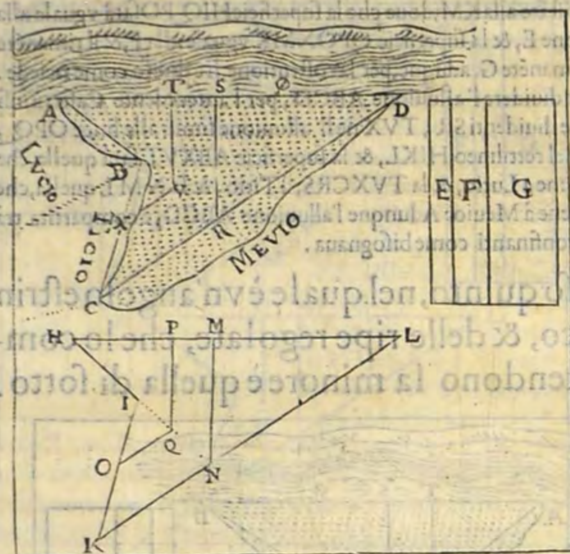
equidistãte alla KM; doue che la superficie HIQ PO sarà vguale alla portione E, & la superficie QPONMK vguale alla F, & il rimanẽte alla rimanẽte G; adũque, per la cõstrutione, si è diuiso come riciede.

Per diuidere l'alluuione ABCD, per l antecedente Caso tirinsi le linee diuidenti SR, TVX nell' alluuione simili alle linee OPQ, NM del rettilineo HIKL, & la superficie ABXVT sarà quella, che conuiene a Lutio, & la TVXCRS, à Titio, & la N M L quella, che conuiene à Meuio: Adunque l'alluuione ABCD, è compartita trà li tre confinanti come bisognaua.

Caso quinto, nel quale è vn'angolo estrinsico, & delle ripe regolate, che lo comprendono la minore è quella di sotto.



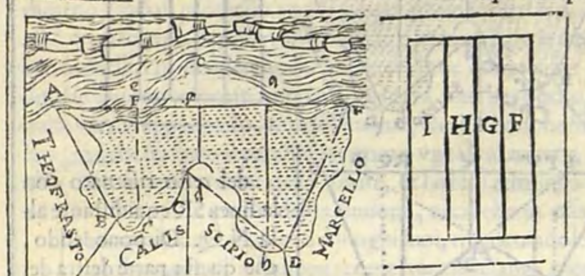
Con il medesimo modo si può concludere questo presente Ca-

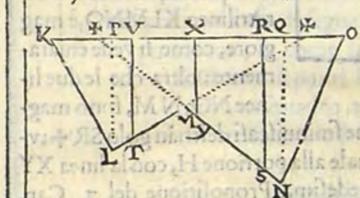


ſo delli tre confinanti, per il modo dell'antecedente, ſe ben la fronte AB regolata è minore della fronte BC regolata; per il che prolõgaremo il medeſimo HI nel punto N del rettilineo HIKL, & le linee, che diuidono le portioni l' vna dall' altra ſaranno la O Q P, N M, di maniera, che la ſuperficie HIOQ P ſarà vguale alla portione E, & la ſuperficie OQ PMNK vguale alla portione F; & il triangolo M N Lvguale alla G. Onde tirando le linee diuidenti nell'alluuione, ſecondo l'ordine dato, la ſuperficie ABXV T ſarà di Lutio X V T S R C di Titio, & R S D di Meuio, come ſi richiedeua nel la ragione delle fronti.

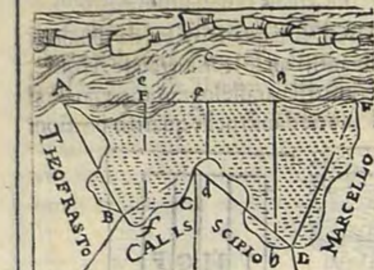
Del Caſo di quattro ripe. Cap. IX.

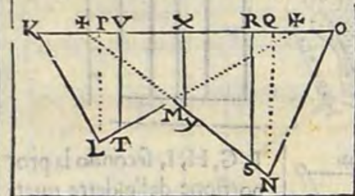
SIA l'alluuione ABCDE di quattro ripe, da diuiderſi trà quattro confinanti, con le frõti regolate AB, BC, CD, & DE, & ſia anco il parallelogrammo vguale al terreno d'eſſa all uione diuiſo nelle quattro portioni





F, G, H, I, ſecondo la proportione delle dette quattro fronti; & oltra queſto ſia fatto il rettilineo KL MNO ſimile all'inſcritto ABCDE, & vguale alle dette quattro portioni, ilquale diuidaſi prima dell'alluuione, acciòche più facilmente ſi poſſa fare la diuiſione dell'alluuione. Dopoi prolunghiſi il lato L M, ſin che concorra nella KO ſimile alla ✱, nel punto ✠ (perche è inclinata ad eſſa linea KO) onde s'haurà il triangolo K L ✠, nel quale, per il primo Caſo del 8 Capo. tiriſi la perpendicolare L P, & il triangolo KLP ſi caua dalla portione F, & lo auanzo ſi riſerui; poi del triangolo L P ✠ ſia ſminuito di tanta quantità, quanto è l'auanzo riſeruato con la linea T V equidiſtante alla L P, per la 1. Propoſitione del 7. Cap. & il medeſimo ſi farà dall' altra parte del rettilineo, cioè, ſi prolõgarà la MN nel pũto ✠ & nel triãgolo NO✠ ſi tirarà la perpendicolare N Q, & il triangolo QN O ſi caui dalla portione I, & il reſto di tal portione ſi riſeruì, poi ſi ſminuiſca il triangolo N Q ✠





del resto riseruato con la linea SR equidistante alla N Q. Di nouo sendo, che questa parte destra del rettilineo KLMNO, è maggiore, come si vede chiaramente; oltra che le due linee NO, N M, sono maggiori delle due KL, LM dunque sminuiscasi del triàn golo SR ✠; vna superficie quadrangola vguale alla portione H, con la linea XY equidistante alla SR, per la medesima Propositioue del 7. Cap. dunque la superfidie V T M Y X restarà vguale alla portion G, per la construtione; perche se da cose vguale si traggono cose vguali
3. Cap. 2. Tratt. le rimanenti restano vguali. Onde nel rettilineo K L M N O sono diuise in le quattro portioni come bisognaua.

Quí è da notare, che dal prolongae, che si fà di quei lati, conginnti con la linea fondamentale, ouero con le linee tirate per regolarità si formano triangoli, li quali poi son mezi per ritrouare le linee diuidenti, come fù detto nel 7. Capo, coll'acerescercò, col sce-
4. Tratt. mare esi triangoli d'vna portione, ò più ouero d'una parte di esse, senza il quale atto, saria impossibile, mandare gli interessati al fiume nelle maggior parti delle diuisioni dell'alluuioni. Nondimeno si potrebbe dire con Nicolò Copernico nel primo libro al 13. Cap.

alla 7. Proposi. che nelli triangoli rettilinei si conclude la maggior parte della Geodosia, come si verifica nelle osseruationi Astronomiche, nel edificare alcuni stromenti Musicali & nella pratica de Prospettiua & in molti altri, per altri effetti, però per le cose dette & dimostrate, si potrebbe por fine alle diuisioni dell'alluuioni; hauēdo esseguito tutte le operationi Geometriche dedecate a tal fine; nō dimeno sendosi promesso mostrare per ordine come si diuida sin al Caso di sei ripe, & poi quello di noue ripe. non si deue mancare; acciò quelli, che desiderano far tal professione conoschino il modo, che deuono tenere in tutti i casi, & io frà tāto per quello, che seguita verrò supponendo, non solamente, che l'alluuione sia regolata, ma che sia fatto il parallelogrammo vguale al terreno, & diuiso con le proportioni delle fronti, & fatto il rettilineo vguale ad esso, & simile à quello dell'alluuione, accioche in esso si constituiscano le linee diuidenti à luoghi suoi, traportandole poi similmente nell'alluuione: come hora facciamo anco nel presente caso di segnare nella linea ⊕ A D li punti a c e, si come si è fatto nella linea K O circa li punti R X V, & de lì con lo squadro ad angolo retto si notino le linee a b, c d e f. diuidenti, di modo che si potrà dire, che il quadrāgolo ABfe, sia di Theofrasto fCdc e di Calisto, dcab di Scipio, & baED di Marcello, come si còuiene.

Del Caso di cinque ripe. Cap. X.

SIA dunque l'alluuione di cinque ripe, ABCDEFGHIKA regolata, & il parallelogramm diuiso nelle portioni LMNOP vguale al terreno di detta alluuione, & il rettilineo QRSTVXY& ab, simile alla inscritto, & vguale alle portioni LMNOP, nel quale rettilineo, si colocano prima le linee diudenti. Douendosi ciò fare Tirisi adunque la la linea QX simile alla φ, in infinita dalla parte dalla X. Poi prolunghinsi li due lati RS, et b a sin tanto, che si congiunghino nella QX prolongata nel punto Z, & il medesimo si farà delli lati TV, & Y col prolongarli nel punto ✠, & anchora li duo lati TS, & a prolõgati nel punto ✠ verso la Q; se l'vna e l'altra di dette linee prolongate terminano in vno stesso punto, denotano ciascuno di essi lati, al suo relatiuo, essere inclinati egualmente alla QX, sendo così la collocatione delle linee diuidẽti sarà di meno fatica, perche si tiraranno di quà, & di là della linea QX in vn sol cõ'po le linee diuidẽti. Hora tirisi la linea VY, la quale sarà perpendicolare alla CX essendo che li due lati VX, YX sono frà di loro vguali; dunque il triangolo VXY paragonisi con la portione P, & l'auanzo, che supera la portione P di esso triangolo si riserua sin tanto, che si accresca il triangolo V ✠ Y del quadrangolo m VYR vguale a detto auanzo,
4. Tratt. per la 2. Propositione del 7. Cap. & il simile si farà d'accrescere il triangolo m K ✠ del quadrangolo T m K & vguale alla Portione O: Poi il triangolo T & ✠, sminuischisi del quadrangolo g T & i
4. Tratt. vguale alla portione N, per la prima Propositione del 7. Cap. tirisi anchor la R b, & del triangolo b Q R trouisi l'eccesso con la portion L, il qual si riserui sin che il triangolo b R Z sia sminuito della figura quadrangola R f c b vguale all'auanzo, che supera la portion L il triangolo b Q R. Dunque la superficie c a i g S f restarà vguale ala portion M, & così sarà concluso il modo, col quale si deuono collocare le linee diuidenti f c, g i, T &, m K, nel rettilineo QRSTVXY& a b. Doppo questo si verrà all'atto di segnare li

punti

punti p s u X, nella linea φ, & seguendo il fare segnare le linee diuidenti nell'alluuione dell'vna e dell'altra parte della linea φ; come la p q, p o, s t, s r, u H, u D, x y, et y z, nel modo che più volte è stato detto, & asignare lo spatio Y G F E Z à Pompilio, & quello y z D H à Numa, & così seguendo H D t r, à Caio, t r I o q C à Calisto, & finalmente A B q o K à Theofrasto, & così sarà compartita l'alluuione, come bisognaua. 2. Caso del 6. Cap. di questo.

Del

Del Caſo di ſei ripe.
Cap. XI.

SIA l'alluuione ABCDEFGH di ſei ripe da diſtribuire con proportione trà gli ſette confinanti; cioè, AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, & ſiano terminate le loro portioni IKLMNOP, & anco deſcritto il rettilineo QRSTVXY. Prima ſi ritrouino i luoghi da collocare le linee diuidenti, che quelli dell'alluuione. Dopoi prolunghiſi la Rb, nel punto ✠ poſto nella linea QY, & dal punto R facciaſi cadere la perpendicolare, la quale è in queſto caſo la RQ. Dunque il triangolo QR✠ ſi ſminuirà della quantità QRba vguale alla portione I; prolunghiſi anchora la ST nel punto ✠, & parimente la TV, ſintanto che ſi congiunghino con la linea QY prolungata nel punto ✠, poi cauiſi della portione K la ſuperficie abS✠, & il rimanente ſi riſerua, il quale ſi potrà anchora aggiungere alla portione L. Dopò ſi ſminuirà il triangolo ✠T✠ della detta ſomma con la linea gf equiſtante alla ab; acciò ancho eſſa ſia perpendicolare alla QY, il che fatto, ſi conſtituirà nell'angolo T✠Y la ſuperficie ✠cde vguale al rimanente della portione K riſeruata. Anchora ſi ſegarà il triangolo gf✠ con la linea Vh equidiſtante alla fg in modo che il quadrangolo fgVh ſia vguale alla portione M: & anchora prolunghiſi XV ſin tanto, che ſi vniſca con la YQ allungata nel punto ✠: poi dal punto X tiriſi la perpendicolare X✠, & il triangolo ✠X✠ dalla parte deſtra ſi paragoni con le due portioni ON, & lo eceſſo, che auanza delle due portioni ON del detto triangolo ✠X✠, ſi riſerua; di più ſi ſminuiſca il triangolo X✠✠ ſiniſtro della ſuperficie ikX✠ vguale allo auanzo riſeruato. il che fatto nell'angolo i ſe conſtituirà la figura quadrangola nmlY vguale alla portione P, & ſimile alla ikXY. Adunque per tale conſtruttione la ſuperſicie hVki ſerà vguale alla portione N, & così ſaranno ritrouate le linee diuidenti ab, edc, fg, hV, ik, nel rettilineo QRSTVXY.

1. Propoſit. del 7. Cap. del 4. Trat.

3. Propoſit. del 3. Cap. del 4. Trat.

Hora è chiaro per le ragioni altre volte dette, che doppo la diuiſione fatta nel rettilineo, baſtarà trouare gli punti nella linea ⊕, oue debbano terminare le linee diuidenti, per le quali ſi conſeguiſce l'intento de dire, che la ſuperficie ABop eſſer di Metello; pocvts di Ceſalo; stvDxy di Dedalo; yxEaa di Fabricio; aaEbbcc di Diomede; ccbbFhhggff di Argo; & finalmente ffgghhH di Caio.

Del Caſo di noue ripe. Cap. XII.

ESSENDO queſto l'vltimo Caſo di queſta opera, & compoſto in maniera, che quaſi tutte l'operationi Geometriche, che nella medeſima ſi ſono ordinate concorreno quiui. Nondimeno ſi verrà ordinando la diuiſione in modo; che ſendo propoſta qualſiuoglia alluuione terminata ſi potrà diuidere in modo, che ciaſcuno hauerà il ſuo.

Porremo adunque che ci ſia preſentato il terreno dell'alluuione traſmutato in vn parallelogrammo diuiſo nelle portioni ABCDEFGHIK, ſecondo la proportione delle fronti de confinanti della ſteſſa alluuione LMNOPQRSTVX, & deſiderando poi nel rettilineo collocare le linee diuidenti, in modo che gli ſpatij, che ſono fra l'vna e l'altra oſſeruino la proportione detta. facciaſi il rettilineo a b c d e f g h i x l ſimile à quello, il quale e inſcritto nell'alluuione, per regolarità, & vguale alle portioni ABCDEFGHIK, & acciò ſi ſegua l'ordine incominciato ſi farà cadere dall'angolo C la C ✠ perpendicolare ſopra la linea a l; la quale repreſenta la linea ❦ L X; poi prolunghiſi la d c ſin tanto, che ſi vniſca con la l a prolungata nel punto ✠, & il triangolo a c ✠ traggaſi dalle due portioni A & B; & del reſtante ſi accreſcerà il triangolo c ✠ ✠, della ſuperficie ✠ c y u vguale à detto reſtante, per la ſeconda Propoſitione del 7. Cap. poi anco nell'angolo a
4. Tratt. conſtituiſchiſi la ſuperficie a z & x vguale alla portione A, dunque il trapezzio x & z c y u ſarà vguale alla portione B. Di nuouo tiriſi la & t perpendicolare alla a l, & eſſaminiſi ſe il quadrangolo t u y d con la portione C, & ſe per caſo foſſero vguali la d t ſaria la diuidente; ma ſe foſſe detto quadrãgolo maggiore della detta portione biſognarebbe ſminuire il triangolo t d ✠; ma ſe la portione C ſarà maggiore come in vero è protragghiſi la d t ſin tãto, che la ſi congiunga con la linea a l prolungata nel punto ✠, & ſe haueria il triangolo deſtro t d ✠, il quale ſi deue diminuire, dell'auanzo che ſopravanza la portione C, che è il quadrãgolo t u y d per la propo-

ne prima dunque del 7. Cap. tiriſi la linea s aa equidiſtante alla t d, che la ſuperficie aa s u y d ſarà vguale alla portione C. Anchora il triangolo s ✠ aa ſe ſminuirà della ſuperficie e r s aa, ma che ella ſia vguale alla portione D con la linea e r equidiſtante alla s aa: poiche la linea e r è cõgiunta nell'angolo o, ſi eſſaminarà per il primo del ſeſto Capo di queſto, ſe l'angolo f e r è vguale all'angolo e r l, per il primo Caſo la f e ſarà parallela alla a l. dunque ſopra della linea e r ſi conſtituirà il parallelogrammo q r e bb vguale alla portione E, per la quarta propoſitione del 7. Cap. Per collocare vna 2. Tratt.
ſuperficie vguale alla portione F, dall'angolo f tiriſi di nuouo la perpẽdicolare f ✠, et il quadrangolo compreſo dalle linee f ✠ q bb, ſi paragonerà con la portione F, ſe fra loro ſaranno vguali s'hauerà quel che ſi deſidera; altrimẽte l'auanzo ſe riſerui; ma in queſto caſo la portione F auanza il quadrangolo f ✠ q bb; per il che ſi prolungarà la g f nel punto ✠; onde il triangolo ✠ f ✠ ſi accreſcerà della quantità, che la portione F auanza il detto quadrangolo f ✠ q bb, la quale quantità è la ſuperficie f cc p ✠. adunque il quadrangolo q bb cc p ſarà vguale alla portione F. Volẽdo ancora, per la portione G far vna ſuperficie nel rettilineo ad eſſa vguale, prima diuidaſi la h i in due parti, che la proportione, che haurà la h i alla maggior parte, così habbia la maggior alla minore: ma perciò la maggiore ſia verſo la i, altrimente potria ſuccedere che la linea diuidente non andarebbe à cadere perpendicolare nella a l; onde ſarebbe inconueniente poi nell'adito al fiume. Dunque operando, per la prima propoſitione del terzo Cap. il punto della diuiſio- 4. Tratt.
ne ſarà ee, & de lì tiriſi la linea ee ✠ equidiſtante alla g h, poi della linea ✠ ee tagliſi la ✠ dd vguale alla ✠ g per la terza propoſitione del 4. Cap. & del punto dd tiriſi la dd ✠ ϐ parallela alla ✠ f, ſegando la p cc nel punto ϐ: la onde paragonaremo le due ſuperficie ✠ g h ee, ✠ dd ϐ cc con la portione G, che di ragione deue eſſer maggiore, & dell'auanzo, che ſupera la portione G le dette due ſuperficie ſi riſeruano: poi anco ſi accreſcerà il triangolo ϐ p ✠ della quantità vguale alla riſeruata con la linea o ff, equidiſtante: dunque le linee o ff, ff dd, dd ee ſeruiranno per la linea diuidente, & la ſuperficie trapezzia p cc g h ee dd ff o ſarà vguale alla por-

tione G. Per l'altre portioni HIK prolunghiſi la i k, et a l, ſin tan-
to, che le ſi congiunghino, & lì facciſi il punto +; poi dal punto k
facciaſi cadere la linea k l perpẽdicolare ſopra della l +, acciò ſia pa
rallela alla o ff, e il triangolo k l + ſi dourà prima accreſcere di
tanta quantità, che ſi agguagli alle due portioni K I; il che ſi farà,
per la ſeconda propoſitione del 7. Cap. protrahẽdo la k i nel punto
4. Tratt. gg, & tirando la linea n gg equidiſtante alla k l: dunque il quadran
golo n gg k l ſarà vguale alle due portioni I et K. poiche det-
to quadrangolo n gg k l è vguale alle dette due portioni, ne ſegui-
rà, che la ſuperficie n gg i ee dd ff o ſarà vguale alla portione H.
Finalmente adunque conſtituiremo nell'angolo l il quadrangolo
4. Tratt. m ii hh l vguale alla portione K per la 3. propoſitione del 5. Cap.
Onde, per la conſtruttione, la ſuperficie m n gg hh ii ſarà vguale
alla portione I. Adunque habbiamo collocate le linee z & x, y u,
s aa, e r, q bb, p cc, o ff dd ee, i gg n, m n ii hh diuidenti nel rettili-
neo a b c d e f g h i k l, come biſognaua. perche comprendono le
parti propoſte, & con tal ordine s'andarebbe in infinito.

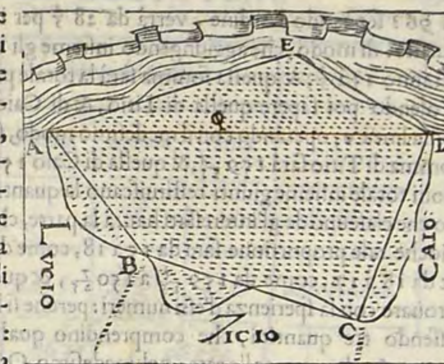
Volendo diuider l'alluuione, per il ſecondo Caſo del 6. Cap. di
queſto, ſi ſegnaranno gli punti kk, ll, mm, nn, oo, pp, qq, rr, ss,
nella linea L X nella proportione delli punti m n o p q r s t u x, ſe-
gnati nella a l, & de lì s'aſſegnaranno le portioni à Georoaſtro, Pi-
thia, Theofraſto, Arriſtippo, Argo, & Theofilo, per il terzo Caſo
del 7. Cap. di queſto: ma le portioni di Meuio, & Caio, hanno
di biſogno d'altro modo, & gli rimanenti Titio, & Lutio ſi ridu-
cono al modo di detto terzo Caſo. Ma prima concluderemo la
portione di Meuio, per la quale, in duo modi ancor lei ſi potrà tre-
minare, l'uno ſarà trouando il punto, che deue ſeparare Meuio da
6. Capit. Caio, nella fronte di Caio col modo del ſecondo Caſo, l'altro con
numeri irrationali: il primo è più ſenſato, il ſecondo è più abſtrat-
to. Nondimeno può auenire, che il primo modo non ſi potrebbe
forſe vſare, per gli molti impedimenti, che potriano eſſere nella eſ-
ſenza del fatto: perciò non reſtarò di dire come ſi truoui queſto
punto nella S T con numeri irrationali mediante la ſua lunghezza:
perche ſaria impoſſibile trouarſi con numeri rationali, come per
Euclide nel 13. libro. Dunque porremo per eſſempio, che la lun-

ghezza della fronte S T, ſia 8 pertiche, ò paſsi, che vogliamo di-
re; il quale 8 ſi deue partire in due parti, che la proportione dello
ſteſſo 8, alla maggiore parte ſia coſi, come la maggior parte alla
minore; prima facciaſi così, diuidendo l'otto in due parti vgua-
li; cioè, in 4, e 4, poi quadraremo 8 farà 64, & anco quadraremo
vna delle parti farà 16, & queſti due quadrati giunghinſi in vna
ſomma, la quale farà 80, & di queſta ſuperficie cauandoſene il nu-
mero 4 vna delle parti reſtarà 80 men 4; cioè rimarrà rad. 80 men.
4, la quale ſarà la parte maggiore, che cauandola da tutto il nume-
ro 8 reſtarà 12 men rad. 80 per la minore. dunque ſi deue ſegnare
il punto bbb lontano dal punto T per rad. 80. men. 4, & la S bbb
ſarà 12 men. rad. 80; perche la eſperienza lo moſtra, ſe aggiunge-
remo rad. 80. men. 4, con 12 men rad. 80 farà à punto 8. Oltra
che cauiſi qualſiuoglia delle due parti dell'iſteſſo 8 reſtarà l'altra,
& che ne ſegua la detta proportione è manifeſto, che 8 hà propor-
tione à rad. 80 men 4: come hà rad. 80 men 4 à 12 men rad. 80.
perche da noi è detto nel terzo Trattato al 10. Cap. con l'auttorità
d'Euclide, ſe tre quantità ſaranno continoue proportionali, la mul
tiplicatione della prima nella terza ſarà vguale alla multiplicatione
della ſeconda in ſe medeſima. dunque multiplicando 8 con 12
men rad. 80 il produtto ſarà 96 men rad. 5120. & il medeſimo ſa-
rà rad. 80 men 4 con rad. 80 men. 4 & queſta regola ſi caua dalla
prima propoſitione del 3. Cap. Onde dal punto bbb ſi ſegnaranno 4. Tratt.
le linee bbb ccc, ccc ddd, equidiſtanti alla fronte S R, R Q. per il
ſecondo Caſo del 6. Cap. & nel punto mm ſi porrà lo ſquadro ad
angolo retto con la L X, & de lì mirando ſi farà ſegnare la linea
mm ddd. Hora volendo far ſegnare le linee diuidenti ll eee T, kk
fff ggg; ſi potrà fare come ſi è detto nel terzo Caſo del 7. Cap. ò
con il modo moſtrato nel ſecondo Caſo, ouero con numeri co-
me in detto terzo Caſo; per il che ſi concluderà, che l'alluuione ſa- 6. Cap. di
rà compartita, come era il biſogno, cioè la ſuperficie L nn tt ss, di queſto.
Geroaſtro, la uu tt ss rr xx N, di Pithia, rr xx O yy qq, di Theo-
fraſto, la qq yy P pp, di Ariſtippo, la pp P zz oo, di Argo, la oo
zz Q aaa nn, di Theofilo, la nn aaa R S bbb ccc ddd mm, di Me-
uio, la mm ddd ccc bbb T eee ll, di Caio, ll eee T V ggg fff kk,

di Titio, kk fff ggg di Titio, finalmente kk fff ggg X di Lutio. Di nuouo non restarò di ricordare all'Agrimensore di douere compensare il buon terreno, ò fiume secondo il bisogno, come fu detto nella prima dimanda del 5. Cap. di questo, accioche la distributione resulti ragioneuole e giusta.

De duo casi de pratica. Cap. XIII.

PARMI hauer dimostrato à bastanza di sopra il modo, come si possa diuidere qualsiuoglia caso d'alluuione proposto, & masime per quelli, che mediocremente hauranno appresa questa nostra Institutione, & hauranno qualche pratica de misurare terreni. Nondimeno, hauendo io promesso nel primo Trattato mostrare vn modo praticalmente, il quale sara ne' due seguenti Casi, con gli essempij
1. Tratt. del quale, si potrà prēdere regole ne gli altri: onde gli Agrimensori potranno venire (come fù detto) ad vna conueniente diuisione. Si come, M. Alessandro Gandini principale perito in questa Città, ne hà fatto più d'una proua, il quale hauendo facilmente appresa questa pratita, per il suo eleuato ingegno, si è fatto tale che chi si valerà dell'opera sua, haurà quanto ragioneuolmente se gli deue.



Supposte dūque quelle cose, che di sopra si son dette esser necessarie all'intento nostro, diremo prima intorno al primo caso, che la presente alluuione fosse da compartire fra gli tre confinanti Lutio, Titio, & Caio: nella quale, per la seconda dimanda di questo, si segnarà la linea ⌽ AD, & per la terza si segnaranno le linee rette AB, BC, CD, da vn confino all'altro, & la DE, EA per regolarità. Anchora per la prima dimanda del terzo Cap. si prenderà la misura del terreno di essa dentro le linee segnate per regolarità, la quale sarà 442. Tauole, ò Tornature, & perche la linea ⌽ causa due figure, di spetie diuerse, delle quali sia bisogno sapere dell'una e l'altra la quantità sua, come dire che il quadrangolo ABCD di quà dalla linea ⌽ è 346, & il triangolo AED di là verso il fiume 96, le quali due quantità bisogna diuidere d'vna in vna, secondo la proportione che hanno le fronti l'vna con l'altra, & questo sarà facile (per la regola data nel 13. Cap) perche si porra, che la fronte di 3. Tratt.
di Lutio sia longa 15. di Titio lunga circa 18. & di Caio lunga circa 17. le quali lunghezze vnite insieme fanno 50, & questo sempre sarà primo termine delli tre numeri, per inuestigare il quarto, il secondo vna delle fronti, il terzo, la quantità, che si vuol diuidere, & il quarto sarà quello che ne seguirà sendo ignoto. dunque si farà la positione, dicendo così; se il composito de 50 vien da 15, da quel numero verrà 346? operando per il 12. 3. Tratt.
Cap. si trouerà, che ne verrà per il primo conseguente 103 $\frac{5}{4}$, & questo sarà per la portione di Lutio di quà della linea ⌽ & per di là da essa, di nuouo si dirà; se 50 vien pur da 15 da qual numero ver-

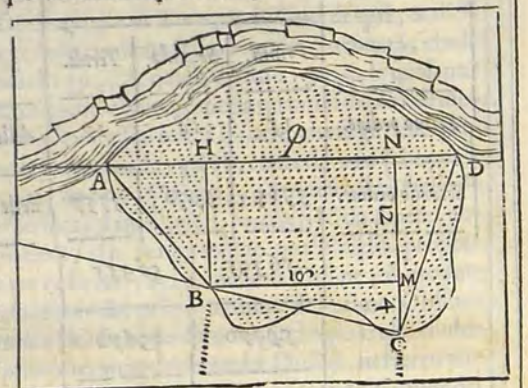
rà 96? ſeguendo l'ordine, verrà da $28\frac{4}{5}$ per il ſecondo conſe-
guente. di modo, che aggiungendo inſieme gli due conſeguenti,
ſaranno $132\frac{3}{5}$, & queſta ſomma ſarà la totale portione di Lutio.
Volendo poi ſapere quella di Titio, & di Caio di quà, & di là
della linea ⌽, operando con il medeſimo modo, ſi trouarà, che la
ſomma di Titio ſarà $159\frac{3}{25}$, & quella di Caio $150\frac{7}{25}$, le quali por
tioni totale inſieme giunti reſtituiſcano la quantità diuiſa; di mo-
do che ciaſcuno de gl'intereſſati haurà la parte, che ſe gli deue. per-
cioche tale proportione ſarà da 15 à 18, come da $132\frac{3}{5}$ à $159\frac{3}{25}$
& da 18 à 17, come da $159\frac{3}{25}$ à $150\frac{7}{25}$, & queſto ſarà facile da
prouare con la ſperienza d'eſsi numeri: perche ſi hà da ſapere, che
eſſendo tre quantità, che comprendino qualſiuoglia propor-
tione, & altre tre collocate, nel medeſimo Ordine; il produt-
to della multiplicatione del primo termine del primo Ordine,
nell'vltimo termine del ſecondo Ordine, ſarà vguale alla multi-
plicatione del primo termine del ſecondo Ordine, nel terzo ter-
mine del primo Ordine: & il produtto del ſecondo termine del
primo Ordine multiplicato nel primo termine del ſecondo Or-
dine, ſarà vguale alla multiplicatione del ſecondo termine del ſe-
condo Ordine, nel primo termine del primo Ordine: & ancho-
ra, ſe multiplicaremo il ſecondo termine del primo Ordine nel
terzo termine del ſecondo Ordine, il produtto ſarà vguale alla
multiplicatione del ſecondo termine del ſecondo Ordine, nel ter-
zo termine del primo Ordine; & in queſta maniera, ſi manifeſta-
rà, che gli termini del ſecondo Ordine, ſono le portioni di cia-
ſcuno collocati nella medeſima proportione di quelle del primo
Ordine. Eſſempio, già ſi è detto, che la fronte di Lutio e lunga
15. & quella di Titio 18. & di Caio 17. le quali poniamo che ſia-
no le collocate nel primo Ordine; ma perche la portione di Lutio
è $132\frac{3}{5}$, di Titio $159\frac{3}{25}$, & di Caio $150\frac{7}{25}$; le quali ridotte alla
denominatione del 25, fanno 3315, 3978, 3757, nondimeno
oſſeruino anch'eſſe la medeſima proportione, & ſi collocano nel
ſecondo Ordine. Dunque ſe multiplicaremo 15 prima del pri-
mo Ordine nella 3757 terza del ſecondo Ordine il produtto
56355 ſarà vguale alla moltiplicatione, che ſi farà della 3315

	Forma del Calcolo.			
	Prima.	*Seconda.*	*Tertia.*	
Primo ordine.	15	18	17	*delle fronti.*
Secondo ordine.	3315	3978	3757	*delle portioni.*

56355	56355
59670	59670
67626	67626

prima del ſecondo Ordine nella 17, terza del primo Ordine; & ſe
multiplicaremo 18, ſeconda del primo Ordine con 3315, il pro-
dutto 59670 ſarà vguale à quello, che ſi farà multiplicando
3978, ſeconda del ſecondo Ordine con 15, & finalmente, ſe mul-
tiplicaremo anchora 3978, con 17, il produtto 67626 ſarà vgua-
le à quello, che ſi farà multiplicando 18 con 3757. Onde tale
proportione hanno le fronti l'vna con l'altra, quale hanno le por-
tioni l'vna con l'altra. Per ſegnare hora le linee diuidenti, è neceſ-
ſario prolongare la fronte inchinata, alla linea ⌽, & la linea DACB,
ſin tanto, che ſi congiunghino inſieme, come nel preſente diſe-
gno nel punto F, ogni volta, che far ſi poſſa ſenza impedimento;
& notiſi miſurando tutta la lunghezza della DF, la quale ſi trua-
rà paſsi 77. ma ſe per caſo vi ſi trouaſſe impedimento tale, che non
ſi poteſſero congiungere le dette due linee, come in queſt'altra fi-
gura, ſarà neceſſario ſapere almeno quanto ſia la diſtanza della li-
nea A F; accioche ſi poſſa poi conoſcere la quantità del triangolo

B A F, che verrà formato dalle due linee prolongate A F, & B F: volendo dunque conoſcere queſto; ſegniſi dal punto B la B H perpendicolare alla linea D A miſurata paſsi 12, & il medeſimo ſi farà dall'angolo C, di ſegnare la linea CN per pendicolare alla A D, ponendo le miſure d'eſa paſsi 16: di nuouo facciſi anchora dall'angolo B cadere la perpendicolare BM nella CN, la quale miſurãdo ſi trouarà paſsi 18; di modo, che ſendo la HB, & la CN perpedicolari alla AD, & la BM alla C N, le due linee B M, & H N ſaranno vguali, & per conſeguenza, la B H, & la M N. Dunque la longhezza della MC paſſi 4; & dopoi ſi dirà, per la regola del 3, ſe 4 per la lunghezza della C M, ſtà ſopra la linea M B longha 18 nel punto del concorſo della C B, à chi ſtarà ſopra 12 longhezza di B H ſino al punto del concorſo delle due linee D A, & C B, prolongati? operando ſi trouarà il punto di detto concorſo lontano dal punto H per 54, & dal punto A per 45; perche, ſendo poſto l'A B 15, B H 12, de neceſsità la H A, conuiene eſſere 9, per quello, che ſi è detto nel fine della quarta Propoſitione del 7. Cap.



3. Trat.

Dopoi che ſi vede che cõ la pratica de numeri, ſi viene in cognitione di quella delle miſure, col ſapere le longhezze di qualſiuoglia altra linea prolõgata mediante la notitia delle parti di quelle; così anchora cõ l'iſteſſa pratica de numeri verremo in cognitione della quantità di qualſiuoglia triangolo, formato da quelle linee ſenza che ſi prolonghino, come habbiamo fatto nel diſegno poſto nella

margine

margine, perche baſtarà notare la longhezza della linea del punto, oue cade la perpendicolare, ſino al punto del concorſo, & ancho la perpendicolare ſola, nondimeno nel fine di queſto caſo auertiremo come ſi faccia ſenza la prolongatione. Onde, ſe ſi vorrà aſsignare vna linea vguale alla longhezza di quella, che deue ſeparare Lutio da Titio; farà biſogno ſapere la quantità del triangolo, che doueua chiudere le dette linee prolongate, & aggiungere in ſomma con laquantità, che ſi vuole accreſcere, cioè quella, che rimarrà, detrahendo il triangolo A B H dalla portione di Lutio di quà della linea ◆, & la proportione, che ſi trouarà tra il primo triangolo, al ſecondo accreſciuto, tale biſogna, che ſia trà il quadrato del numero della perpendicolare al quadrato del numero della linea diuidente, che in queſto caſo ſeparará Lutio da Titio. Eſſempio, la longhezza della H F è 54, & quella della perpendicolare B H 12; multiplicando la metà dell'vna in tutto l'altra, il produtto ſarà 324 per la quantità del triangolo B H F, la quale ſi nota; & con il medeſimo ordine ſi ſaperà la quantità del triangolo A H B, la quale è 54, & queſta ſi cauerà da $103\frac{4}{5}$ reſtarà $49\frac{4}{5}$ che à 324 riſulterà $373\frac{4}{5}$, & poi ſi dirà, per la regola del 3, ſe 324 hà vna ſpetie di proportione à $373\frac{4}{5}$, quale ſarà quel Numero conſeguente à 144, quadrato di 12? operando ſi trouarà eſſere $166\frac{2}{15}$, & la radice quadra di queſto auenimento ſarà la longhezza della linea, che deue ſeparare Titio da Lutio; cioè circa $12\frac{11}{12}$. Onde ſi porrà lo ſquadro nel punto F, talmente che i raggi viſiui ſtiano ad angolo retto con la linea A F, & de lì miriſi in infinito, & ſegniſi la F L, nella quale ſi tagliarà nel ſegno G vguale circa $12\frac{11}{12}$, di doue ſi trasportarà lo ſquadro con il medeſmo modo ad angolo retto nella F L, mirandoſi ſin tanto, che il raggio ſeghi la fronte B C, & lì ſi farà il ſegno K, rimettendo in fine lo ſquadro nel detto ſegno K, & ſi miri per lo dritto verſo al fiume equiſtante alla B H facendo ſegnare la K I, la quale è la diuidente tra Lutio, e Titio nella portione verſo i campi. Hora per ſegnare la linea, che ſepara Titio da Caio, ſi potrebbe far in più modi, ma tutti tornano in vno; però vſaremo al contrario di quello, che ſi fece tra Lutio, & Titio; cioè, che la linea diuidente diminuiſca il

Corrolario della 2. Propoſitione 7. Cap. 4. Trattato.

BB 2 triangolo

triangolo CNF di quella quantità, che ſpetta nel terminare la portione di Caio. Già di ſopra ſapiamo; che la D N è di longhezza 5 paſsi, & la C N 16, le quali linee ſtanno atorno all'angolo N retto del triangolo CND: onde per tal cognitione, il triangolo CND. ſarà di ſuperficie 40, la qual ſi caui da 117 $\frac{16}{25}$ portioni di Caio di quà dalla linea ϕ, & reſta 77 $\frac{16}{25}$ il quale ſi riſerui. poi trouiſi ancho ra la quantità del triangolo C N F, & queſto è facile: perche di ſopra fù trouato la longhezza della H N eſſere 18, che giunta con li 54 di F H faranno 72. & così conuiene eſſere la F N; dunque, per il modo detto, il triangolo C N F ſarà 576, & di queſto ſi caui il reſto riſeruato; per il che rimarrà 498 $\frac{9}{25}$ per il conſequente de 576: onde diremo, come di ſopra; ſe 576 hà vna ſorte di proportione à 498 $\frac{9}{25}$ quella medeſima ſorte di proportione tu haurai il quadrato della C N 256 à quello che ne verrà, che per la regola del 3 ſi trouarà eſſer 221 $\frac{37}{75}$, & la rad. quadrata di queſto auenimēto ſarà circa paſsi 14 $\frac{1}{2}$, è tanto doura eſſer longa la linea, che ſpera Titio da Caio verſo i cāpi. Onde ſi miſuraranno nella linea F L li detti paſsi 14 $\frac{1}{2}$, & lì ſi farà vn ſegno come L, oue ſi porrà lo ſquadro al modo ſolito, mirando nella fronte B C, & doue il raggio la ſeghi ſi farà porre il ſegno M, & di nuouo lì con lo ſquadro guardando ſi farà ſegnare la linea M R diuidente; per il che ſi cōcluderà la parte di quà della linea ϕ eſſer diuiſa, & la portione I K M R eſſer quella, che conuiene à Titio, cioè vguale à 124 $\frac{14}{25}$, & con l'iſperienza fatta diligentemente ſi vedrà così eſſere; & caſo che vi foſſe qual che differenza, per la imperfettione dell'operare, ſi compenſa; acciòche ciaſcuno habbia il ſuo. Volendo poi diuidere la parte di là della linea ϕ verſo il fiume, ſi potrebbe vſare l'iſteſſe regole; nondimeno operaremo noi quì cōforme alla prima propoſitione del 7. Cap. del 4. Trattato per trouare i punti nella linea ϕ, oue deuono cadere le linee diuidenti. Di ſopra fù conchiuſo la parte di Lutio eſſere 28 $\frac{4}{5}$, di Titio 34 $\frac{14}{25}$, & di Caio 32 $\frac{16}{25}$. Prima ſegniſi la O E perpendicolare alla linea A D ϕ, la quale miſurata ſi truoui paſsi 6, & da A in O paſsi 20, per il che la quantità del triangolo A O E, ſi trouarà eſſer 60; il che fatto, volendo aſegnare la portione à Lutio veggaſi la proportione, che ſi ritroua trà 60, à 28 $\frac{4}{5}$, *3. Cap. di queſto.*

la quale, operando per la ſeconda propoſitione del 8 Cap. ſi trouarà, come da 25 à 12 & queſto ſi nota, & poi ſi dica così, ſe 25 mi dà 12, che mi darà 20? operando ſi trouarà che dà 9 $\frac{3}{5}$, & queſto auenimento di nuouo ſi multiplichi con 20, che farà 192, & la rad. quadrata di queſto ſi ſegni nel punto P lontano dal punto A circa 13 paſsi, & $\frac{23}{26}$ & de lì perpendicolarmente ſi ſegni la PQ & il triangolo APQ ſarà vguale à 28 $\frac{4}{5}$. hora, per la portione di Caio, ſi farà il medeſimo; cioè ſi vedrà quale proportione habbia 36, quantità del triangolo O E D à 32 $\frac{5}{16}$ portione di Caio, che ſarà, come da 75 à 68; & perche O D è 12, trouiſi il conſeguente, come ſi è detto, che ſarà 10 $\frac{66}{75}$, & di nuouo multiplicato queſto contra 12 farà 130 $\frac{14}{25}$; & la radice di queſto ſarà circa 11 paſsi $\frac{1}{2}$, e tanto diſtante da D ſi ſegnarà il punto S, & de lì ſi mirarà equidiſtante alla OE, & ſi ſegnarà la ST, & il triangolo STD dourà eſſer vguale à 32 $\frac{16}{25}$, & così ſarà ſeparato Titio da Caio; onde finalmente ſi potrà poi dire la ſuperficie A B K I P Q eſſer di Lutio, Q P I K M R S T E di Titio, & T S R M C D di Caio; & eſſer compartita l'alluuione come ſi richiede. *4. Tratt.*

Qui ſi potrebbe fare obiettione, che potendoſi nella portione di Lutio tirare vna ſol linea diuidente, con vnire la linea K I, & P Q; & che ſarebbe molto più lodeuole, hauendo Lutio nel medeſimo modo la ſua portione: & parimente ſi può dire delle linee diuidenti di Caio: ma io dirò, che in queſto caſo particolare ſi potrebbe ciò fare per la vicinanza delle due linee K I, & P Q: Nondimeno queſto ſarebbe poſsibile oſſeruare di raro, e noi dobbiamo ſeguitare quel modo che è poſsibile per il più, come altre volte habbiamo detto, & quando voleſsimo ſeruirci d'vna ſola linea diuidente doureſsimo guardarcine: accioche ſi mantenga quella proportione della fronte del fiume detta da noi nel 2. Cap. del 1. Trattato, la quale è, che chi è più vicino al fiume è ben conueniente, che habbia maggior adito, & chi è più lontano l'habbia minore; la onde, nel preſente caſo, ſe vna ſola foſſe la linea diuiden frà Lutio è Titio; & vna ſola trà Titio, & Caio, hauriano Lutio & Caio minor adito che ſi conuenga alle loro vicinità, & Titio n'hauerebbe maggior di quello, che ricerca la ſua lōtananza al fiume.

L'Agrimenſore auertiſca, che hauendo ritrouate le longhezze delle linee diuidenti potrà collocarle à i luoghi ſuoi dentro di eſſa alluuione col far le medeſime operationi, che ſi ſono fatte nel diſſegno poſto nella margine.

Caſo ſecondo di pratica.

Sia la preſente Alluuione ABCDEF, di molti intereſſati; con queſto però, che conuenghino vna parte di loro, dalla linea DG in quà verſo la ſiniſtra parte di diuiderla in frà eſsi con le conditioni predette, & gli altri dall'altra parte ſi cõtentino, che così ſia. Nondimeno ſegniſi dall'eſtremo di Lutio verſo il fiume al cõfino di Titio ſi ſegna la linea AB, miſurata paſsi 25, & da Titio à Caio la BC paſsi 10, & la CD di Caio paſsi 10, & queſti ſi notino, perche in queſto caſo guardando per C di punto B, & con il medeſimo raggio vedendo D, ſi dirà che la C D è vna linea ſola, poi dal punto A, ſi mira il punto F linea ⚭ la quale ſi miſuraſino in G, 35 paſsi, & ſi notano; dopò queſto ſi prenderà la miſura di detta parte d'alluuione, la quale in prima s'eſſaminarà, ſe la linea DG è perpendicolare alla linea ⚭, & ſe l'angolo D è vguale all'angolo G come ſi è inſegnato nel primo Caſo del 6. Cap. di queſto; & ſe ritrouarà la linea DG eſſer perpendicolare alla linea AF, & l'angolo D vguale all'angolo G: le due linee AG, BD, ſaranno ſono equidiſtanti: miſuriſi anchora la DG, la quale ſarà paſsi 20, & poi vniſcaſi l'A G 35 con B D 20 fanno 55; li quali multiplicati con 10 metà di D G il produtto ſarà 550, e tanti paſsi ſuperficiali ſarà l'alluuio- ABCDG: & per il precedente caſo ſi partirà ſecondo la proportione delle fronti, per il che verrà à Lutio $305\frac{5}{9}$, à Titio $122\frac{2}{9}$, & à Caio $122\frac{2}{9}$. Hora per ſegnare le linee diuidenti in modo, che li ſpatij chiuſi da loro, comprendino le dette quantità, biſogna trouare i punti, oue debbono terminare dette linee diuidenti acciochè ſiano ſeparati l'vno dall'altro. Partiſcaſi $122\frac{2}{9}$ per 20 l'auenimento ſarà $6\frac{1}{9}$ & tanto lontano dal punto G ſi farà il ſegno H, & di lì ſecondo il ſolito modo ſi porrà lo ſquadro, & ſi farà ſegnare la HI, & queſta ſarà la portione di Caio, vguale à $122\frac{2}{9}$: per

trouare i punti della linea diuidente, che ſepara Lutio da Titio; cauiſi $122\frac{2}{9}$ da 550 reſtarà $427\frac{7}{9}$; & per la ſeconda dell'8. Capo trouiſi la proportione da $427\frac{7}{9}$ à $305\frac{5}{9}$. & ſarà come da 77 à 54, & queſta ſi noti: poi traggaſi $6\frac{1}{9}$ da 35 reſtarà $28\frac{8}{9}$ per la quantità dell'A H. Fatto queſto moltiplichinſi le tre linee AB, IH, & AH, cioè 25, 20, $28\frac{8}{9}$ in ſe medeſimi, che faranno 625, 400, $834\frac{46}{81}$ le quali multiplicationi ſe diuideranno poi nella proportione da 77 à 54, & la rad. quadra delli auenimẽti $367\frac{48}{131}$, $235\frac{15}{131}$, $490\frac{5810}{10611}$ ſaranno le diſtanze dal punto A, al punto M, & dal punto H al punto N, & finalmente dal punto A al punto K: Onde poi con lo ſquadro ſi ſegnarà la K L, & la N M, & oue ſi ſegaranno le due linee ſegniſi il punto O: di modo che la ſuperficie A M O K conuiene à Lutio, M B I H K O à Titio, & I D G H à Caio, come biſognaua.

Hora, ſi come ſi promiſſe, ſi è dimoſtrato, che il vero modo del diuider l'alluuioni è il propoſto da noi, & ſi ſono poſti alcuni principij Geometrici indrizzati alla intentione noſtra: habbiamo poi trattato delle proportioni, & delle diuiſioni delle linee, & ſuperficie proportionatamente, & dopoi alcuni principij, che appartengono immediatamente all'alluuione; in oltre ſi ſono addutti i caſi, che ci ſono parſi baſteuoli: moſtrãdo con ragioni Geometriche, come s'habbino à diuidere, e tal hora anco con Pratica. Proponendo nell'vltimo due Caſi moſtrati tutti praticalmente. Voglia Dio, (dal quale io riconoſco quanto di buono per me ſi è compoſto, e ſcritto) che queſta fatica mia faccia quel giouamento, che è ſtato la principal mia intentione. O almeno apra la ſtrada per la quale, i più intendenti di me, poſsino eſsi caminando arriuare à quel termine, al quale io, forſe, non hò potuto aggiungere, colpa dell'imperfettione mia.

IL FINE.

TAVOLA DELLI CAPI CHE
NELLA PRESENTE OPERA SI CONTENGONO.

Trattato Primo.

Trattato Secondo.

Delle

Trattato Terzo.

Trattato Quarto.

Trattato Quinto.

ERRORI OCCORSI NEL STAMPARE

Faccia, Righe, Errore, Correttione.

21. 2. Caſo xiiii, Cap. xii.
41. 15 conſtituita, conſtituito.
52. 7. GN, GH.
56. 24. parallelogrammo, il parallelogrammo.
59. 17. adunque, onde.
63. 14. propoſitione, proportione.
69. 14. ſe hà, ſe hà vno &.
70. 7. auanti, auanzi.
80. 8. che, che ſi.
83. 30. vgali, vguali.
88. 13. duplicata, quadrupla.
88. 18. colindri, cilindri.
88. 30. propoſitione, propoſitione, del 7. Cap.
99. 31. A, A B.
100. 33. A C, A B.
101. 1. A C, A B.
101. 5. A B, A C.
101. 20. A C, A B. A C, A B.
104. 12. nel quinto, nel 7. Cap. di queſto.
116. 19. linena, linea.
129. 19. notare ogni, notare i confini d'ogni.
134. 1. miſurare, miſurare il.
147. 15 D C, d c.
147. 17. A B, a b. al D C, al d c.
147. 17. C, c.
152. 7. ortione, portione.
153. 26. M, M N.
160. 16. la linea, le linee.
163. 12. C, c.
163. 15 B, b.
164. 20. b f, b d.
164. 21. f b, b d.
165. 11. B F, b F.
173. 16. per 38. per la 38.
180. 27. prolongae, prolongare.
180. 30. accreſcere o, accreſcere, ò.
182. 8. alla, allo.
182. 22. riſerua, riſerui.
183. 5. quello y, quello di y.
184. 27. O N, O P. O N, OP.
185. 2. gli, i.
287. 6. e r l, per il primo, e r l, ſe è vgale.
189. 17. Eucliſte, Euclide.
195. 18. che à 324. che aggiunte à 324.
198. 13. ſi ſegna la, la.
198. 15. di, il.
198. 21. ſe, ſe ſi.

Regiſtro.

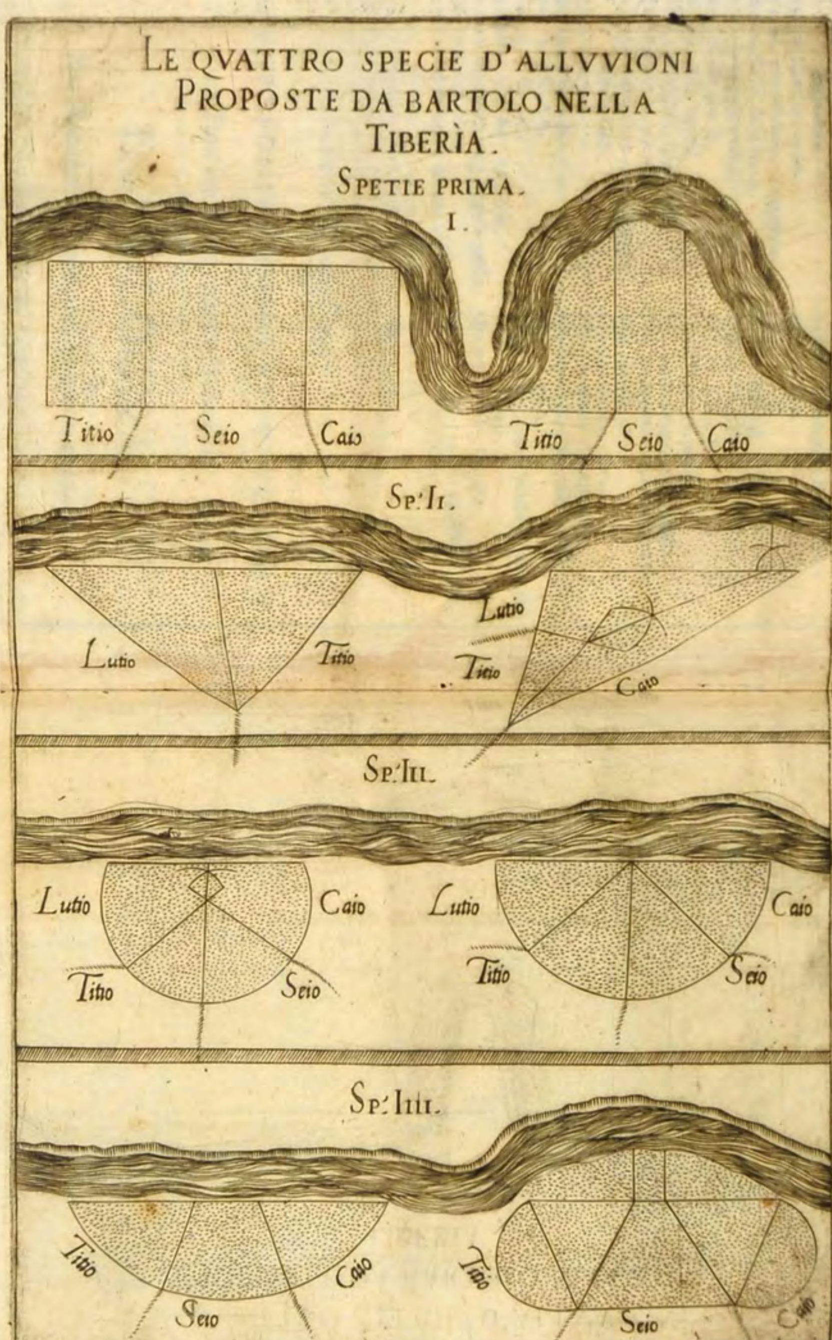
† A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z AA BB ()

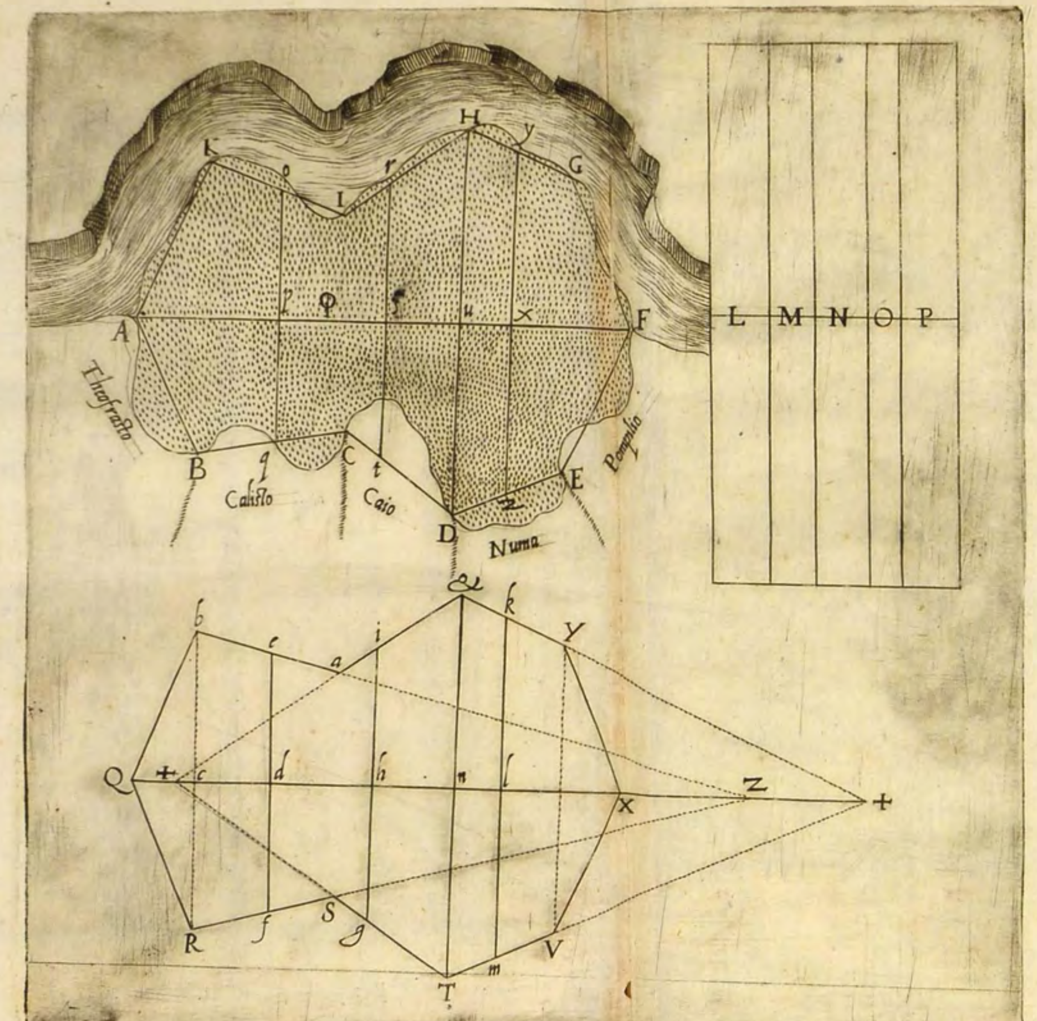
Tutti ſon duerni, eccetto () che è ſolo.

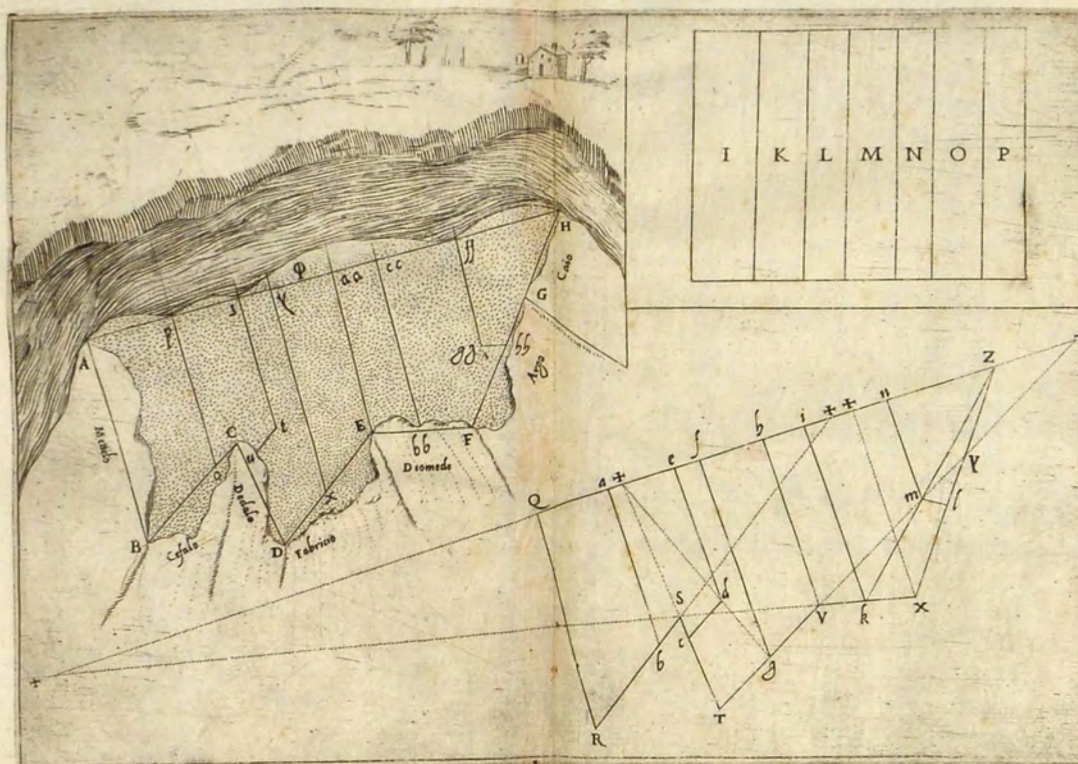
IN BOLOGNA.

Per Giouanni de' Roſsi, dell'Anno M D LXXIX.

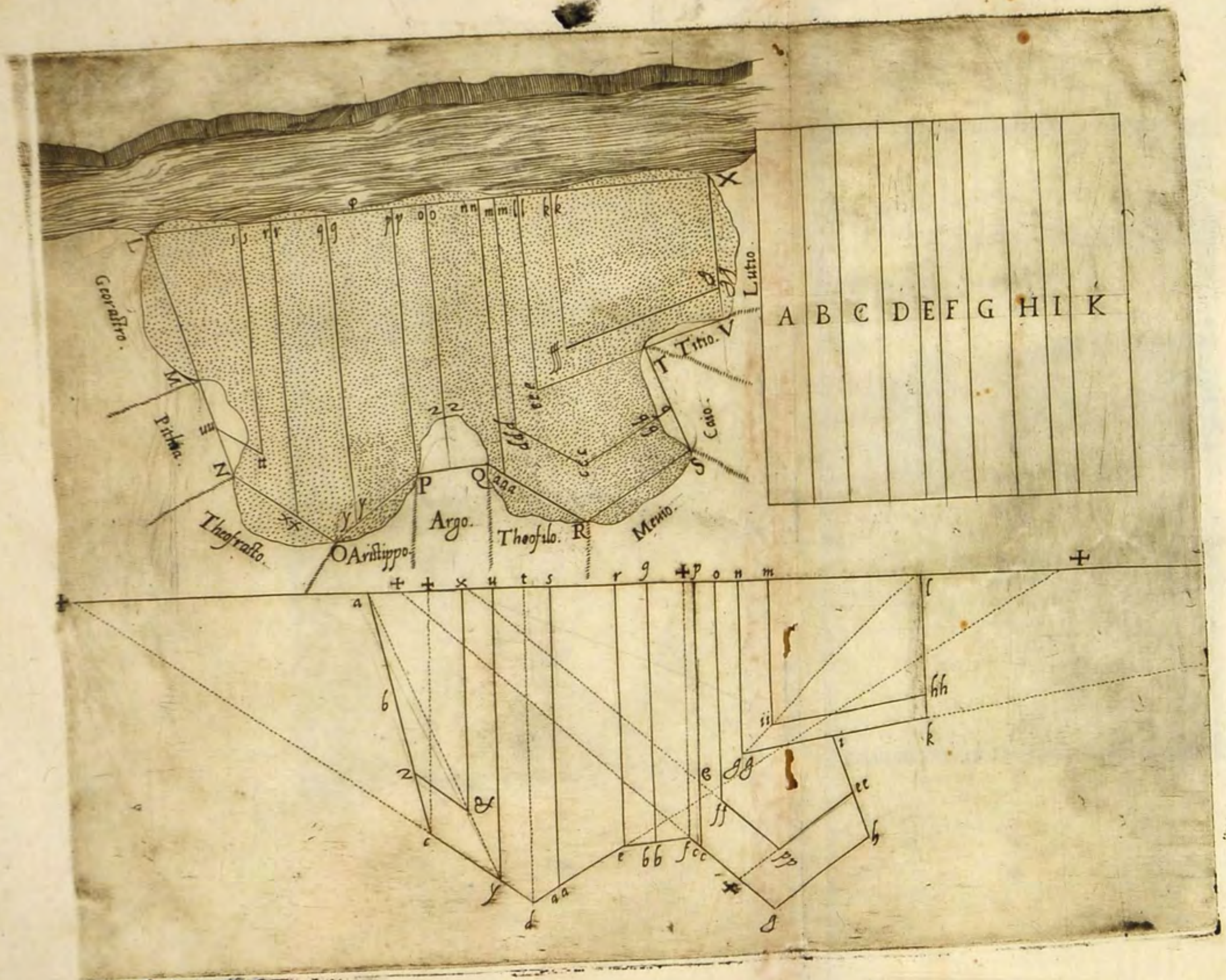
Con licenza de' Superiori.


LE QVATTRO SPECIE D'ALLVVIONI
PROPOSTE DA BARTOLO NELLA
TIBERÌA.
SPETIE PRIMA.
I.
Titio
Seio
Caio
Titio
Seio
Caio
SP.' II.
Lutio
Titio
Lutio
Titio
Caio
SP.' III.
Lutio
Caio
Titio
Seio
Lutio
Caio
Titio
Seio
SP.' IIII.
Titio
Seio
Caio
Titio
Seio
Caio

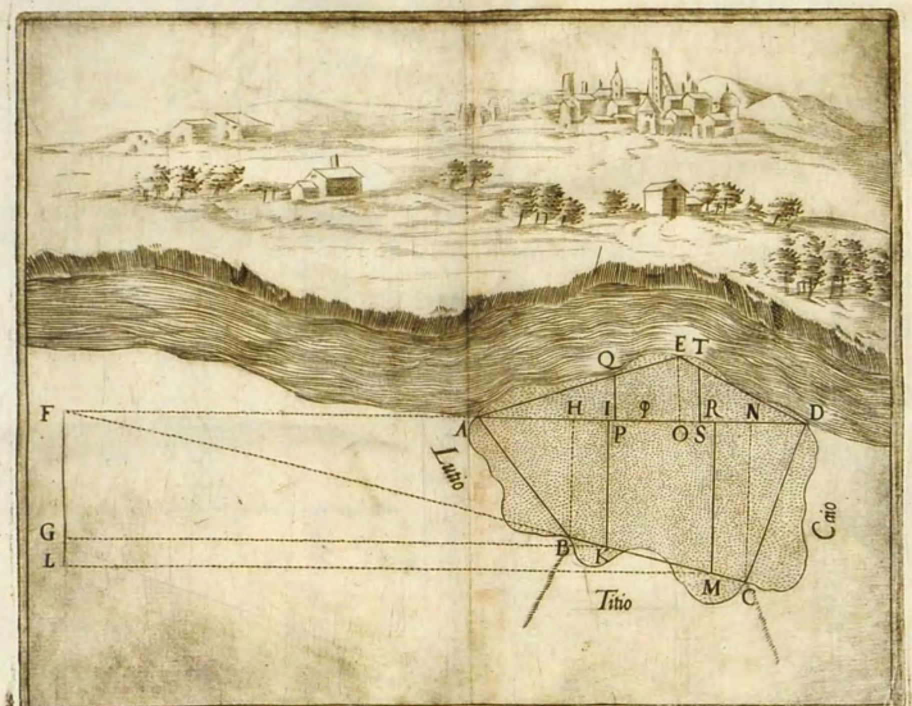

Theofrasto
Calisto
Caio
Numa
Pompilio
L M N O P

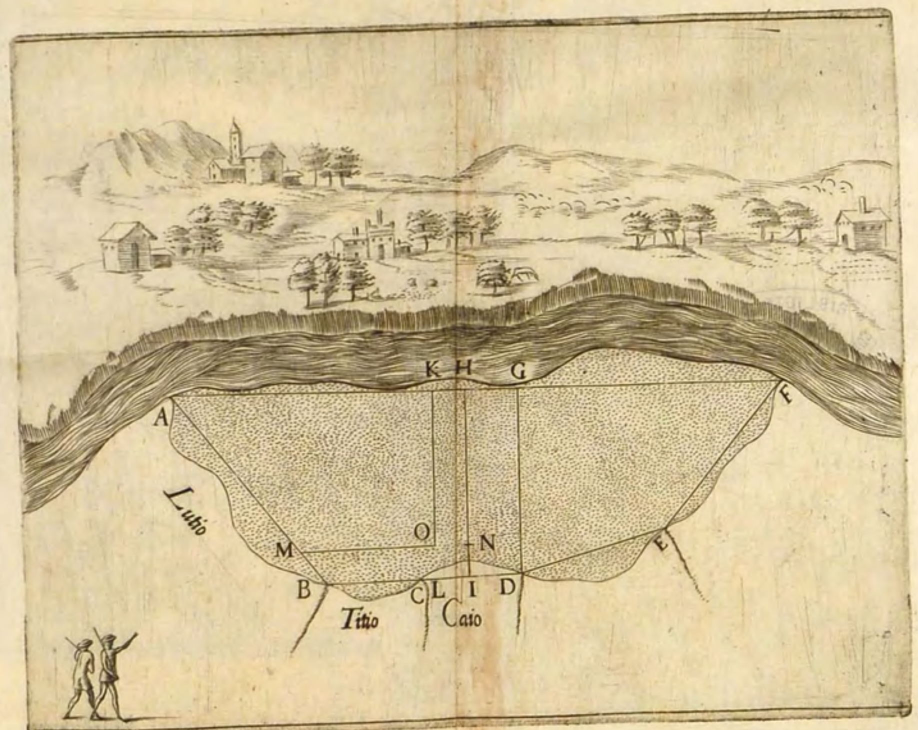


cf. p. 184


Lutio.
Titio.
Caio.
Theofrasto.
Aristippo.
Argo.
Theofilo.
Menio.
A B C D E F G H I K

cf. f. 186


Q
E T
F
H I φ R N D
A
P O S
Lutio
Caio
G
L
B K
M C
Titio



Ch. 1. 198

CARAZZI
DEL DIVIDER
L'ALLVVIO
DA QUELLO
DI BARTOLO